

Princípios de educação financeira aportados na modelagem matemática na perspectiva de uma Aprendizagem Significativa

Maria Aparecida da Silva Rufino¹, Jozeildo José da Silva², Cleiton de Santana Ferreira³

aparecida.rufino@upe.br, iroberto.silva@upe.br, jozeildosilva@gmail.com

¹UPE, Universidade de Pernambuco, Campus Mata Norte, Rua Profº. Amaro Maltez, Centro, 201, Nazaré da Mata – PE, Brasil.

²Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires – UNICEN, Gral. Pinto 399, Tandil, Buenos Aires, Argentina.

³Escola Professora Maria Elzanira Bezerra da Rocha, Rua Artur de Lemos Vasconcelos, Bairro Nova Gloria, Gloria do Goitá – PE, s/n, Brasil.

Resumo

Este trabalho, cujo objetivo foi elaborar uma proposta pedagógica a partir dos conhecimentos prévios de alunos do Ensino Médio sobre preceitos da Modelagem Matemática (MM) e da Educação Financeira (EF) na perspectiva de promover uma aprendizagem significativa de Matemática Financeira, foi realizado em duas fases. A 1ª fase, realizada com um concluinte de Licenciatura em Matemática da Universidade de Pernambuco–Campus Mata Norte, consistiu na demarcação de considerações didático-epistemológicas. Isto subsidiou a 2ª fase, a materialização e a aplicação da proposta pedagógica por um aluno do programa de Doctorado de la carrera de Enseñanza de las Ciencias da UNICEN–Tandil, Argentina. A pesquisa é de natureza qualitativa do tipo estudo exploratório, foi realizada em duas turmas de 3º ano em distintas escolas públicas do estado de Pernambuco, Brasil, onde a escola da 1ª fase se situa no município de Glória do Goitá, e a da 2ª fase no município de Orobó. Na 1ª fase, no âmbito do currículo rescrito, a criação de situações de compra/venda usando o Cartão de Crédito, apoiada no orçamento/consumo enquanto princípios da EF pautada nas noções de vantagem/desvantagem, evidencia-se a explicitação de *dinheiro* e de *juros*, nesta ordem, como ideias mais geral e mais específica. Por sua vez, na 2ª fase, propor atividades com MM utilizando princípios da EF para promover a aprendizagem significativa de conteúdos de Matemática Financeira ou recorrer a estes conteúdos para promover uma aprendizagem significativa de princípios da EF se mostrou como possibilidades viáveis.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa. Modelagem Matemática. Educação Financeira.

Principios de educación financiera aportados en la modelización matemática desde la perspectiva de un aprendizaje significativo

Resumen

Este trabajo, cuyo objetivo fue elaborar una propuesta pedagógica a partir de los conocimientos previos de estudiantes de Educación Secundaria sobre los preceptos de la Modelización Matemática (MM) y de la Educación Financiera (EF), con la perspectiva de promover un aprendizaje significativo de la Matemática Financiera, se desarrolló en dos fases. La 1.ª fase, realizada con un egresado de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Pernambuco – Campus Mata Norte, consistió en la delimitación de consideraciones didáctico-epistemológicas. Esto sirvió de base para la 2.ª fase, la materialización y aplicación de la propuesta pedagógica por un estudiante del programa de Doctorado de la carrera de Enseñanza de las Ciencias de la UNICEN – Tandil, Argentina. La investigación es de naturaleza cualitativa, del tipo estudio exploratorio, y se llevó a cabo en dos cursos de 3.º año en distintas escuelas públicas del estado de Pernambuco, Brasil, donde la escuela de la 1.ª fase se ubica en el municipio de Glória do Goitá y la de la 2.ª fase en el municipio de Orobó. En la 1.ª fase, en el ámbito del currículo prescrito, la creación de situaciones de compra/venta utilizando la Tarjeta de Crédito, apoyada en el presupuesto/consumo como principios de la EF basados en las nociones de ventaja/desventaja, pone de manifiesto la explicitación del dinero y de los intereses, en este orden, como ideas más general y específica. Por su parte, en la 2.ª fase, proponer actividades con MM

utilizando principios de la EF para promover el aprendizaje significativo de contenidos de Matemática Financiera, o recurrir a estos contenidos para promover un aprendizaje significativo de principios de la EF, se mostró como posibilidades viables.

Palabras clave: Aprendizaje Significativo. Modelización Matemática. Educación Financiera.

Principles of financial education incorporated into mathematical modeling from the perspective of meaningful learning

Abstract

This study, whose objective was to develop a pedagogical proposal based on high school students' prior knowledge of the principles of Mathematical Modeling (MM) and Financial Education (FE), with the aim of promoting meaningful learning in Financial Mathematics, was carried out in two phases. The first phase, conducted with a graduating student of the Mathematics Teacher Education Program at the University of Pernambuco – Mata Norte Campus, consisted of defining didactic-epistemological considerations. This phase provided the basis for the second phase, which involved the materialization and implementation of the pedagogical proposal by a student from the Doctoral Program in Science Education at UNICEN – Tandil, Argentina. The research is qualitative in nature, characterized as an exploratory study, and was carried out with two 3rd-year high school classes in different public schools in the state of Pernambuco, Brazil. The school involved in the first phase is located in the municipality of Glória do Goitá, while the school involved in the second phase is located in the municipality of Orobó. In the first phase, within the prescribed curriculum, the creation of buying/selling situations using credit cards, supported by budget and consumption as principles of Financial Education guided by the notions of advantage and disadvantage, highlights the explicit treatment of money and interest, respectively, as more general and more specific ideas. In turn, in the second phase, proposing activities with Mathematical Modeling using principles of Financial Education to promote meaningful learning of Financial Mathematics content, or using such content to promote meaningful learning of Financial Education principles, proved to be viable possibilities.

Keywords: Meaningful Learning. Mathematical Modeling. Financial Education.

Principes de l'éducation financière appliqués à la modélisation mathématique dans la perspective d'un apprentissage significatif

Résumé

Ce travail, dont l'objectif était d'élaborer une proposition pédagogique basée sur les connaissances préalables des élèves du secondaire concernant les principes de la Modélisation Mathématique (MM) et de l'Éducation Financière (EF), dans le but de promouvoir un apprentissage significatif des mathématiques financières, a été réalisé en deux phases. La première phase, réalisée avec un étudiant en licence de Mathématiques à l'Université de Pernambuco–Campus Mata Norte, a consisté à établir des considérations didactiques et épistémologiques. Cela a soutenu la deuxième phase, qui a consisté en la concrétisation et l'application de la proposition pédagogique par un étudiant du programme de doctorat en Enseignement des Sciences de l'UNICEN–Tandil, Argentine. La recherche est de nature qualitative, de type étude exploratoire, et a été réalisée dans deux classes de troisième année dans différentes écoles publiques de l'État de Pernambuco, Brésil. L'école de la première phase est située dans la municipalité de Glória do Goitá, et celle de la deuxième phase dans la municipalité de Orobó. Dans la première phase, dans le cadre du programme prescrit, la création de situations d'achat/vente en utilisant une carte de crédit, soutenue par le budget/la consommation comme principes de l'EF, basés sur les notions de bénéfice/risque, a mis en évidence l'explication de l'argent et des intérêts, dans cet ordre, comme des idées plus générales et plus spécifiques. Par la suite, dans la deuxième phase, proposer des activités avec la MM en utilisant les principes de l'EF pour promouvoir l'apprentissage significatif des contenus de mathématiques financières ou utiliser ces contenus pour promouvoir l'apprentissage significatif des principes de l'EF s'est révélé être une possibilité viable.

Mots-clés: Apprentissage significatif, modélisation mathématique, Éducation financière.

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas cinco décadas, tem-se observado um fortalecimento da consolidação do reconhecimento do papel utilitário do conhecimento matemático na vida dos seres

humanos. As mudanças de âmbito social, cultural e político revelam um saber matemático mais amplo, conforme registram as pesquisas em Educação Matemática (EM). Isso pode ser visto, por exemplo, por meio de atividades práticas como pagar/receber o troco na padaria, e outras mais

sofisticadas, como o uso de cartão de crédito, envolvendo conteúdos de aritmética, combinatória, criptografia etc.

Como já aludido, essas atividades relatadas nas pesquisas de EM relacionadas às finanças, de certo modo, contribuíram para o surgimento da Educação Financeira (EF). Esse campo de estudo vem contribuindo bastante para a formação dos alunos do ensino básico, inclusive na Educação de Jovens e Adultos (EJA), capacitando-os por meio de habilidades adquiridas sobre finanças em situações diversas, racionalmente, para fazerem escolhas conscientes.

Considerando o número de pessoas endividadas no Brasil, que já era representativo e aumentou bastante com os impactos econômicos advindos do COVID-19, verifica-se que esse panorama justifica em parte a importância do ensino da EF na Educação Básica (EB). Esse comentário encontra respaldo na Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (Peic), realizada pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC), criada em 2010 e que, em 2021, atingiu o seu patamar máximo com o percentual de 69,7%.

É importante destacar que, antes da instauração da EF, mesmo implicitamente, os que lidavam com a EM já atribuíam valor pedagógico à tomada de decisões, por meio da conscientização dos alunos da EB sobre as várias interfaces desta habilidade. Isto pode ser notado na citação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN):

As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam uma inteligência essencialmente prática, que permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões e, portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade matemática. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado. (Brasil, 1997, p. 29).

Por sua vez, o incentivo da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) por meio de suas prerrogativas levou ao decreto nº 7.397/10 brasileiro que estabeleceu a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF). Ademais, a OCDE, enquanto principal órgão internacional que investiga as situações econômicas, dentre outras ações, por coerção, implementa nas escolas uma formação mínima que propicie aos estudantes do EB certo domínio sobre as suas tomadas decisões financeiras.

Além disso, há recomendações na ENEF voltadas para orientar os alunos a compreenderem como concretizar suas aspirações financeiras, preparando-os para lidar com a vida. Em consonância com as orientações da EF trazidas pela Base Curricular Comum (BNCC), vale apenas mencionar:

Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação,

aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro (Brasil, 2018, p. 267).

Assim, o programa EF nas Escolas preconiza que as crianças/jovens precisam adquirir capacidade de viver socialmente, tomar decisões em situações que influenciem o seu futuro, portanto, aprender para além de cumprir requisitos de conteúdos curriculares. Para que isto ocorra, julgou-se ser “[...] necessário que haja conexão entre instrução, trabalho e práticas sociais, como previsto nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.” (CONEF-ENEF¹, 2012, p. 14). Portanto, nesta perspectiva se concebeu que um programa educacional que contemple estes intentos deve:

[...] contribuir na (i) criação de pensamento em EF desde os primeiros anos do ensino fundamental, (ii) construção de conexões entre áreas de conhecimento (e não entre conteúdo formal), e (iii) melhoria do desempenho dos alunos em Português e Matemática, [...] (CONEF-ENEF, 2012, p. 14).

Diante dessa exposição, que culmina com os intentos educativos caracterizados na ENEF, justifica-se a opção em recorrer à EF enquanto campo de estudo da EM. O aporte epistemológico tomado como base neste estudo foi a Modelagem Matemática (MM), por se mostrar plausível para o objetivo proposto. Sobre isso, como apontam Almeida e Dias (2007, p. 265): “[...] o contato dos professores com a Modelagem oferece subsídios para eles desenvolverem novos entendimentos sobre a Matemática e seu ensino e que pode ter impacto na sua prática de sala de aula”.

Quanto ao campo de estudo da MM, segundo Burak (1992, p. 62), em termos de procedimentos, esta tem como objetivo: “[...] construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes [...]”. O autor informa que os aspectos preditivos, tomadas de decisões etc. fazem da MM um ótimo aporte epistemológico a ser explorado no processo de ensino e de aprendizagem na EB.

Ainda no âmbito dos procedimentos, as seguintes etapas acerca das visões advindas de Burak (1992) são suficientes para aludir à conceituação de MM: 1. *Escolha do Tema*, 2. *Pesquisa Exploratória*, 3. *Levantamento de Problemas*, 4. *Resolução dos Problemas e Desenvolvimento do Conteúdo Matemático no Contexto do Tema*, 5. *Análise Crítica das Soluções*. Já Biembengut (2016) apresenta três etapas: a) *Interação*, b) *Matematização e Modelo Matemático*. Por fim, Almeida, Silva e Vertuan (2012) elencam cinco fases: 1. *Interação*, 2. *Matematização*, 3. *Resolução*, 4. *Interpretação de Resultados* e 5. *Validação*.

De maneira mais formal, conforme D’Ambrósio (1986, p. 17): “Os modelos matemáticos são formas de estudar e formalizar fenômenos do dia a dia. Através da modelagem

¹ Versão do capítulo “Brasil: Implementing the National Strategy”, parte do estudo “Advancing National Strategies for Financial Education”, publicado conjuntamente pela Presidência Russa no G20 e Organização para a Cooperação e Desenvolvimento

Econômico (OCDE) - < www.oecd.org ou www.vidaedinheiro.gov.br>. <https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/Estrategia_Nacional_Educao_Financeira_ENEF.pdf>

matemática o aluno se torna mais consciente da utilidade da matemática para resolver e analisar problemas do dia a dia”. Para complementar, em termos de caráter educativo, como recorda Bassanezi (1994), o uso de MM possibilita reflexões relevantes sobre uma situação real, em que se devem entendê-la e agir sobre ela mediante argumentos e/ou parâmetros para se desenvolver um modelo matemático.

Assim, o objetivo de criar atividades de ensino apoiadas em situações reais pautadas epistemologicamente em métodos da MM consiste em promover a aprendizagem significativa de preceitos da EF para alunos da EB do município de Glória do Goitá, Pernambuco (Brasil). Dessa forma, para aportar pedagogicamente os intentos de ensino e de aprendizagem inerentes às atividades por afinidade, optou-se pela Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel (2002).

Essa opção pode ser conferida a vários atributos, mas este de ordem mais geral legitima a escolha: “[...], a teoria de Ausubel ocupa-se especificamente dos processos de aprendizagem/ensino dos conceitos científicos a partir dos conceitos previamente formados pela criança em sua vida cotidiana. [...]” (Poço, 2002, p. 209). No entanto, em termos mais específicos, na TAS a atenção está voltada para os aspectos que envolvem a organização de materiais potencialmente significativos.

Esta teoria cognitivista desenvolvida por Ausubel preconiza que o processo de aprendizagem envolve a interação e a organização de material instrucional na estrutura cognitiva do indivíduo. De acordo com o teórico, a aprendizagem significativa ocorre quando uma nova informação interage com subsunçores da estrutura de conhecimento específico do aprendiz existente na sua estrutura cognitiva (Ausubel, 2002).

Caso não ocorra essa atribuição de significados, ao invés de aprendizagem significativa, o que se obtém é uma *aprendizagem mecânica*, pois o novo conteúdo será somente memorizado. Conforme Moreira (2011, p. 8), esta outra forma, a aprendizagem mecânica, foi nomeada assim pelo próprio Ausubel, pois não traz significados, as informações obtidas são memorizadas momentaneamente sem interagir com os subsunçores. Ademais, assegura que “Só há ensino quando há aprendizagem e esta deve ser significativa; ensino é o meio, aprendizagem significativa é o fim; materiais de ensino que busquem essa aprendizagem devem ser potencialmente significativos.” (Moreira, 2011, p. 8).

Após essas reflexões sobre EM envolvendo ensino e aprendizagem, emergiram as seguintes inquietações:

i) Quais as noções básicas sobre EF trazidas na ENEF que os estudantes concluintes do EM de uma escola em Glória do Goitá/PE carecem de saber?

ii) De que forma a MM pode viabilizar a aprendizagem significativa de algumas dessas noções de EF preconizadas na ENEF?

Diante dessas indagações, a 1ª fase desta pesquisa objetivou-se levantar os conhecimentos prévios de 19 alunos concluintes do Ensino Médio de uma escola pública de Glória do Goitá-PE sobre noções de EF compatíveis com as indicadas na ENEF. Por sua vez, na 2ª fase, almejou-se realizar uma intervenção pedagógica com 21 alunos também

do 3º ano de uma escola pública de Orobó-PE, considerando os princípios de EF advindos da 1ª fase. Assim, procura-se potencializar uma aprendizagem significativa de Matemática Financeira por meio da produção colaborativa de um modelo pautado no ciclo de MM de Biembengut e Hein (2016).

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Educação financeira: o contexto

As orientações da ENEF para as escolas preconizam um maior alcance possível no sentido de auxiliar as pessoas a resolver suas dificuldades em termos de planejar melhor suas vidas, a terem mais condições de atingir suas metas e a realizarem sonhos. Elas também destacam como propósito contribuir com as escolas, ajudando-as a educar os alunos financeiramente.

Ainda nesse documento, a ENEF informa que os conteúdos da EF estão em dois âmbitos: o individual, em que a pessoa tem total controle de suas decisões e mantém o equilíbrio de suas práticas de consumo e poupança, e o social, neste âmbito, a pessoa não controla as variáveis que incidem nas suas finanças, mesmo quando as planeja. Em relação ao âmbito individual, no que se refere ao equilíbrio, este está fundamentado em três elementos: trabalho e renda, planejamento e orçamento, em que, a partir da renda, é construído o orçamento que define, por meio dos objetivos e metas alicerçados no planejamento, como serão destinados os recursos no consumo e na poupança.

Na esfera social, diferente da individual, não se tem total controle sobre as variáveis que impactam suas finanças, mesmo que tenha delineado um planejamento sobre elas. Variáveis essas que podem ser: *moeda, tributações, crescimento econômico*, ou seja, é preciso que o indivíduo tenha uma compreensão macro do que interfira em suas metas e objetivos.

Sequencialmente, existem alegações voltadas para aludir com clareza o que se entende por *renda, planejamento, orçamento, consumo e poupança* em termos de idealizações sobre finanças. No caso da primeira *renda*, de forma simples, trata-se de todas as entradas de recursos adquiridos durante um determinado período, mesmo aqueles que não decorram de alguma atividade produtiva.

O *planejamento*, por sua vez, consiste em intervir na realidade com a idealização de atividades, mas atento às condições de incertezas para decidir a melhor maneira de chegar a algo que se deseja alcançar. Deste modo, planejar requer definir bem os objetivos, esclarecendo: como será feito, enquanto tempo será feito, o que precisa para ser feito, de acordo com a realidade do indivíduo e que seja possível ser realizado, sempre analisando os possíveis cenários e riscos envolvidos. Isto encontra respaldo no Caderno de Educação Financeira do Banco Central do Brasil (CEF-BCP, 2013, p. 35): O planejamento financeiro possibilita consumir mais e melhor. Consumir “mais” por meio da potencialização do dinheiro e “melhor” via eliminação de desperdícios.

Já o *orçamento* conforme a (CEF-BCP, 2013, p. 35):

Orçamento pode ser visto como uma ferramenta de planejamento financeiro pessoal que contribui para a realização de sonhos e projetos. Para que se tenha um bom planejamento, é necessário saber aonde se quer chegar; é necessário internalizar a visão de futuro trazida pela perspectiva de realização do projeto e estabelecer metas claras e objetivas, as quais geralmente precisam de recursos financeiros para que sejam alcançadas ou para que ajudem a atingir objetivos maiores.

Ou seja, está implícito que o orçamento ajuda a evitar que as despesas não excedam as receitas, permitindo o controle necessário para alcançar os objetivos.

O *consumo* consiste na troca do dinheiro por bens ou serviços, em acréscimo, apoiado no documento Manual de Educação para o Consumo Sustentável (MMA/MEC/IDEC, 2005). Para atender à questão de um consumo consciente e sustentável, são necessárias atitudes diferentes dos consumidores como, refletir, recusar, reduzir, reutilizar e reciclar, constituindo os 5R. Além das finanças, a relação com o meio ambiente fortalece a relação de impacto tanto social como ambiental. Isto justifica a importância da conscientização da compra por impulso, pois poderá acarretar problemas tanto financeiros quanto ambientais a curto e longo prazo.

Vale lembrar que o desequilíbrio do consumo pode causar danos às finanças, portanto “Para que o indivíduo realize o consumo de modo correto, é necessário que ele compreenda o mecanismo de compra em sua plenitude, que envolve a decisão de compra, créditos e juros, direitos e deveres do consumidor”. (ENEF, 2017, p. 18). O campo de estudo da Matemática Financeira embasa a eficácia na avaliação de créditos, juros, deveres e direitos do consumidor, incluindo a produção e a comercialização segundo os preços e os valores em relação a outros produtos que estes aspectos, de certo modo, remetem ao consumo consciente.

Em relação à *poupança*, há dois aspectos a ser considerado, o primeiro concerne ao significado em si, “[...] poupança é a diferença entre as receitas e as despesas, ou seja, entre tudo que ganhamos e tudo que gastamos.” (CEF-BCP, 2013, p. 44). Já o segundo, tem o propósito de distinguir poupança de uma forma de investimento, como segue: “A poupança é uma sobra financeira e deve ser direcionada para algum tipo de investimento para que seja remunerada. A caderneta de poupança ou conta de poupança é um tipo de investimento” (CEF-BCP, 2013, p. 44). No entanto, para lidar com isso, é necessário entender o funcionamento dos investimentos que envolvem relações entre risco e retorno, reconhecer o seu perfil de investidor, aprender a diversificar seus investimentos com o propósito de melhorar as opções de acordo com os seus objetivos e planejamentos.

Vale apenas evidenciar que, ao trazer nesta pesquisa citações de EF segundo extratos da OCDE que promoveu o surgimento da ENEF, incluindo também do BCB, não passa despercebido. Trata-se de órgãos, como lembram Silva, Santos e Rufinino (2024, p. 8): “[...] que priorizam mais o lucro de mercado do que o bem-estar social das pessoas, [...]”. Além disso, tem-se ciência de críticas, como destacam Mazzi e Baroni (2021) sobre a EF ser vista como uma educação para o dinheiro de cunho mercadológico, onde o cidadão tem papel passivo, e também o que vem sendo

debatido entre pesquisadores de EF como: Silva e Powell (2014), Saraiva (2017), Melo e Pessoa (2019), entre outros.

Atualmente, se faz necessário esclarecer que estas críticas foram consideradas na pesquisa relatada neste artigo. E, em particular, lembrar que o propósito de desenvolver e utilizar um texto de apoio para o ensino de Matemática Financeira por meio de aporte epistemológico se faz presente na literatura nacional e em outros países. Na Argentina, os estudos de Gispert (2019), Rojas e Rodríguez (2017) usam a MM, mas não recorrem a preceitos da EF na perspectiva de promover a aprendizagem significativa de conteúdos de Matemática Financeira do currículo prescrito, isto tem sido pouco explorado.

Após essa caracterização sobre renda, planejamento, orçamento, consumo e poupança, destaca-se a relevância de conhecer essas idealizações para lidar com finanças. Na aplicação desse conhecimento ao ensino, é possível imaginar várias possibilidades de se trabalhar a EF nas escolas. Além do mais, o trabalho envolvendo a EF na disciplina de Matemática no Ensino Médio, como preconiza Santos (2005, p. 138), deve:

[...] esclarecer o jovem colocando-o a par de alguns aspectos do sistema, levando-o a entender que comprar e vender, acessar serviços bancários e poupar são atos comuns da vida social, mas escondem procedimentos que sugam recursos, muitas vezes eliminando possibilidades futuras de equilíbrio financeiro (Santos, 2005, p.138).

Posto isso, no âmbito do ensino de matemática, é esperado que se prepare o estudante para desenvolver a capacidade de tomar decisões conscientes na vida em sociedade, contribuindo para o seu crescimento pessoal.

O ensino da Matemática deve oportunizar o estudante a compreender a realidade em que está inserido, desenvolver suas capacidades cognitivas e sua confiança para enfrentar desafios, de modo a ampliar os recursos necessários para o exercício de cidadania, ao longo do seu processo de aprendizagem (Brasil, 1997, p. 60).

Em sua pesquisa, Chiappetta e Silva (2018, p. 95) propuseram aos participantes elaborar duas atividades de MF a partir de dados pessoais previamente levantados e sistematizados em um Quadro de Planejamento Financeiro Pessoal, epistemologicamente embasados na Etnomatemática, utilizando construtos da MF com o intuito de promover a aprendizagem significativa de consumo consciente. Conforme Oliveira (2001), a criação de juros pelos povos antigos, conhecidos na Idade Média como *usura*, surge para compensar o uso de um capital alheio. No entanto, como se sabe, com o advento do mercantilismo por volta do século XV, os juros deixam de ser vistos pejorativamente e se libertam de seu sentido torpe.

Neste contexto, conceitos/definições implícitas e/ou explícitas relacionadas aos juros simples/compostos fazem parte de atividades corriqueiras dos alunos da EB. Por exemplo, basta atentar à afirmação de Oliveira (2001) trazida por Souza (2018, p. 30) ao descrever os *juros simples* como “as quantias de remuneração ganhas sobre um valor do principal que não varia, por conta dos juros calculados ao final de cada período de apuração.” Por outro lado, os *juros*

compostos são “[...] as quantias de remuneração ganhas sobre um valor do principal que varia, incluindo os juros calculados ao final de cada período de apuração” (Souza, 2018, p. 31).

2.2 Modelagem matemática

O intento pedagógico de recorrer a MM como metodologia de ensino tem sido cada vez mais mencionado nos documentos oficiais brasileiros, entretanto ainda se considera um desafio sua abordagem em sala de aula. Pesquisadores como Biembengut e Hein (2016, p. 28-29) citam esses desafios e propõem que os professores promovam ajustes para que sua implementação seja possível. Segundo eles,

[...] devem ser feitas algumas adaptações que tornem possível a utilização da modelagem matemática como metodologia de ensino-aprendizagem sem, contudo, perder a linha mestra que é o favorecimento à pesquisa e posterior criação de modelos pelos alunos, e sem desprezar as regras educacionais vigentes. É o que denominamos modelagem matemática (Biembengut; Hein, 2016, p. 28-29).

Ainda segundo Biembengut e Hein (2016, p. 29),

Na modelagem, o professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo sua recriação em sala, juntamente com os alunos, de acordo com o nível em questão, além de obedecer ao currículo inicialmente proposto. É imperativo que se tenha vários modelos a disposição para que se possa optar “entre” os modelos e não “pelo modelo”. O período do uso deste ou daquele modelo, em classe, o seu aprimoramento ou adaptação cabem ao professor e o seu bom senso (Biembengut; Hein, 2016, p. 29).

A respeito da MM como forma de abordagem para se chegar a um modelo que represente a situação estudada, muitos pesquisadores recorrem a diversos procedimentos. Assim, o ciclo de MM proposto por Biembengut e Hein (2016, p. 13) é estabelecido por meio de três etapas, nesta ordem: a) Interação, b) Matematização e c) Modelo Matemático, em que cada uma possui duas sub etapas:

a) Interação

- reconhecimento da situação-problema;
- familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico.

b) Matematização

- formulação do problema → hipótese;
- resolução do problema em termos do modelo.

c) Modelo Matemático

- interpretação da solução;
- validação do modelo → avaliação.

Diante de uma situação em questão, deve ser feito um estudo sobre o assunto indiretamente, por meio de livros e revistas especializadas, entre outros, ou direto, *in loco*, com base na experiência em campo, utilizando-se de dados experimentais obtidos junto a especialistas da área. Essa caracterização está clara na afirmação de Biembengut e Hein (2016, p. 14): “[...] é aqui que se dá a tradução da situação-problema para a linguagem matemática. Intuição, criatividade e experiência acumulada são elementos indispensáveis nesse processo.”

Segundo esses pesquisadores, para concluir o estudo, torna-se necessária uma avaliação para verificar se o modelo obtido pode representar o fenômeno estudado na situação-problema e, a partir daí, avalia-se a confiabilidade de sua utilização. Então, quando o modelo não esclarece adequadamente a situação que o originou, o processo carece de ser reiniciado a partir da segunda etapa. Porém, às vezes, o retorno deve ser a primeira etapa, caso os ajustes, a serem feitos, incorram em falhas para reconhecer a situação-problema e/ou familiarização com o assunto pautado.

3. METODOLOGIA

Nesta pesquisa, utilizou-se a abordagem qualitativa que, de acordo com Silva e Menezes (2005, p. 20), possibilita uma interação dinâmica “[...] entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável do mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzida em números”. Para Godoy (1995), essa metodologia de investigação tem característica diferente pelo fato de o instrumento chave ser o pesquisador, o ambiente pode ser considerado fonte direta dos dados e não requerer o uso de técnicas e métodos estatísticos.

Assim, o propósito de entender as implicações educacionais advindas da articulação de conceitos/noções da MM, da EF e da TAS materializadas em atividades de ensino pautadas em contextos de fenômenos “reais” para subsidiar o ensino de MF, não carece de métodos estáticos na análise dos dados. Isto assegura se *tratar de uma pesquisa qualitativa*. Segundo Gil (2007), o intento de familiarizar os participantes por meio de suas experiências práticas com aspectos relacionados ao problema investigativo, via levantamento bibliográfico e de consulta aos participantes, remete à *pesquisa exploratória*, que representa a forma de abordagem desta pesquisa.

3.1 Lócus, participantes e procedimentos

A pesquisa relata 2 fases distintas. A 1ª aborda o trabalho de conclusão de curso do 4º autor deste artigo. E a 2ª, também aportada na MM, EF e na TAS segundo o mesmo enfoque metodológico, envolve uma intervenção pedagógica que coloca em prática os preceitos levantados na 1ª fase.

A 1ª fase aconteceu no ano de 2021, na cidade de Glória do Goitá, nome originado por meio da junção do nome da padroeira, Nossa Senhora da Glória, com o rio Goitá, topônimo que tem origem no termo tupi “*gua-ita*”, que significa “pedra da baixa”. O lócus foi uma escola estadual pública de referência deste município que se situa na mesorregião da Mata pernambucana. Os participantes foram 19 alunos do 3º ano, todos concluintes do ensino médio nesta escola estadual no ano de dois mil e um. Faz-se necessário informar que estes dados de referência do município de Glória do Goitá considera os possíveis concluintes do ensino médio. Nesta fase, o propósito foi cumprir o requisito da obtenção do título de Graduação de Licenciatura em Matemática na UPE-CMN, Trabalho de Conclusão do Curso do 3º autor deste artigo, sob a orientação do 1º autor.

Em termos de procedimentos, quanto à 1ª fase, faz-se necessário informar que os alunos investigados têm por dia quatro aulas, cada uma com 50 minutos de duração, durante

a semana, há quatro aulas de matemática ministradas pelo 3º autor. Esta fase da pesquisa teve quatro etapas realizadas em seis meses. A 1ª etapa ocorreu em um mês e meio, supervisionada pelos orientadores. O 4º autor estudou as temáticas: EM, EF, MM e MF. Na 2ª etapa, elaborou-se o instrumento de coleta de dados, um questionário para levantar os conhecimentos prévios dos alunos sobre as já referidas temáticas, e se estabeleceram as diretrizes para fazer a análise. A 3ª etapa envolveu a aplicação do questionário, a sua análise e a formulação de uma proposta para potencializar o ensino de Matemática Financeira. Por fim, na 4ª etapa, deveria haver uma intervenção com a proposta produzida, que poderia ser qualificada como material potencialmente significativo no marco ausubeliano.

A 3ª e a 4ª etapas não foram alcançadas. Mesmo assim, a investigação resultou na formulação de uma situação-problema para ser vivenciada por alunos do Ensino Médio, na expectativa de que o uso de princípios de EF aportados na MM, segundo o ciclo proposto por Biembengut e Hein (2016), promova a aprendizagem significativa de Matemática Financeira.

Quanto à 2ª fase da pesquisa, trata-se da aplicação da situação-problema oriunda da 1ª fase. Nela, o professor (2º autor) tem como codiretor de tese em andamento, no *Doctorado de la carrera de Enseñanza de las Ciencias* da UNICEN, o 1º autor deste artigo. Sob as suas supervisões, foram explorados os preceitos inerentes aos conhecimentos prévios levantados na 1ª fase, ao longo da intervenção com os 21 alunos do 3º ano de uma escola pública do município de Orobó, localizada no agreste pernambucano.

Nesta 2ª fase, esses alunos também têm quatro aulas de 50 minutos cada, em que na semana quatro delas são de matemática com 2º autor. Na 1ª semana, todas as quatro aulas foram utilizadas na pesquisa. Nelas, os alunos receberam informações teóricas sobre EF e MM, duas aulas para cada um destes enfoques, a semana encerrou com a proposição da situação-problema pelo 2º autor.

Na semana seguinte, as quatro aulas também foram utilizadas, os alunos tiveram liberdade de escolha sobre como trabalhar em seus grupos, supervisionados pelo 3º autor. Os alunos podiam recorrer ao celular, pesquisa na internet, livros de MF e estudos sobre EF. Após as aulas na escola, os grupos, à sua maneira, continuaram os seus estudos em momentos extraclasse. Na 3ª semana, em duas aulas, cada grupo apresentou o que produziu sobre o seu modelo. No entanto, o material apresentado neste artigo somente traz ilustrações sobre os dados do Grupo 3, isto ocorre por ser o único que conseguiu completar as três etapas do ciclo de MM proposto por Biembengut e Hein (2016).

3.2 Instrumentos, coleta e critérios de análise

A coleta de dados na 1ª fase envolveu o uso de dois questionários, um para caracterizar o perfil dos alunos e o outro, um questionário diagnóstico (QD) para levantar os conhecimentos prévios sobre os três referenciais que

subsidiaram esta pesquisa: a MM para o ensino de EF à luz da TAS. Para analisar os dados do QD, foram estabelecidas três categorias: Não respondeu (NR), Respostas evasivas (RE) e Respostas Adequadas (RA), porém, quando necessário, recorreu-se ao uso de subcategorias, Respostas Parcialmente Adequadas (RPA).

Os atributos que subsidiaram a demarcação destas categorias estão apresentados em conformidade com as respostas de cada questão, mas, como o significado de Não Respondeu (NR) é autoexplicativo, para não ser repetitivo, essa classificação não vai figurar na apresentação das categorias por questão, como se mostra a seguir:

1ª Questão:

As Respostas Evasivas (RE): não estão relacionadas a nenhum dos 5R: *refletir, recusar, reduzir, reutilizar e reciclar*² (Brasil, 2005); a Resposta Parcialmente Adequada (RPA): está associada indiretamente pelo menos a um destes 5R; e as Respostas Adequadas (RA): se estiver associada diretamente a pelo menos um dos 5R.

2ª Questão:

O *planejamento* é um processo que envolve a *análise dos possíveis cenários e riscos* visando *tomar decisões a fim de reduzir incertezas futuras* (ENEF, 2017). As Respostas Evasivas (RE): não se apoiam no enfoque analítico nem na tomada de decisões. Quanto às Respostas Parcialmente Adequadas (RPA): Se fizer uso somente do enfoque *analítico* (RPA1), só se recorre à *tomada de decisões* (RPA2); Respostas Adequadas (RA): se adotar ambos os enfoques, o *analítico* e a *tomada de decisões*.

3ª Questão:

Avalia-se a compreensão sobre controle financeiro à luz de aspectos relacionados com receitas e/ou gastos. Respostas evasivas (RE): não associa com aspectos algum relacionados a receita ou gasto; Respostas Parcialmente Adequadas (RPA): só associa ideia de receita ou a de gasto – (RPA1): associa somente a ideia de gastos; (RPA2): associa unicamente a ideia de receita; e as Respostas Adequadas (RA): se apoia nas ideias de receitas e gastos para aportar a compreensão de controle financeiro.

4ª Questão:

Averigua-se identificar de elementos da EF como: valor do dinheiro, planejamento financeiro, taxas de juros, investimentos, consumo consciente e sua relevância para entender a finança individual e social que favoreça o ensino de MF na Educação Básica. Por exemplo, criar situações de ensino que potencializem a aprendizagem de objetos da MF, como “[...] os juros, os descontos, as equivalências de capitais, as anuidades e as amortizações, dentre outros, visto que relacionam a variação de valores monetários em função do tempo” (Queiroz & Barbosa, 2016, p. 1281).

Crêterios: Respostas evasivas (RE): quando não se associa com aspectos inerentes nem às noções a serem desenvolvidas nem às metas almejadas; Respostas

² Princípios que, associados a fatores relacionados a um ideal de prevenção e não geração de resíduos, adicionados com padrões de

consumo sustentável visando poupar os recursos naturais e conter o desperdício, oportunizam encontrar caminho para solucionar problemas ocasionados pela produção e destinação do lixo.

Parcialmente Adequadas (RPA): só se associa a uma destas noções – (RPA1): a associação unicamente com as noções a serem desenvolvidas; (RPA2): só há associação com as metas almejadas; e Respostas Adequadas (RA): associam-se tanto às noções a serem desenvolvidas como às metas a serem alcançadas acerca da compreensão de EF.

5ª Questão:

A análise procura revelar se há preceitos da MF inerentes ao currículo de matemática da EB relacionados às três idealizações acerca da EF: *consumo*, *planejamento* e *orçamento* aprendidos na escola. Caso a compatibilidade relacione-se a uma única idealização, a categoria será (RPA1); se for a duas delas (RPA2) e nas três (RA).

6ª Questão:

Observa-se no âmbito da Situação de Compra com Cartão de Crédito, por meio da vantagem/desvantagem, se há identificação de preceitos da MF, preconizados no currículo de matemática da EB. Se a ocorrência for explícita sobre algum preceito da MF, a categoria será (RA); caso esteja de forma implícita (RPA), nenhuma destas formas (RE).

7ª Questão:

Diante da vantagem/desvantagem sobre a venda de um produto com o uso de Cartão de Crédito, procura-se identificar na situação a clareza na presença de preceitos da MF, existentes no currículo de matemática da EB. Se o preceito estiver implícito e bem articulado com a situação, a categoria será (RPA1), se estiver explícito e for pouco articulado com a situação será (RPA2) e se explícito e bem articulado com a situação será (RA).

3.3 Posição sobre a Modelagem Matemática

Na expectativa de dar sentido à abordagem trazida neste item, faz-se necessário iniciar com a apresentação da situação-problema: *Diante da oscilação da moeda nacional e, por conseguinte, da inflação, foi proposto aos estudantes que determinassem o valor dos proventos mensais da família. E, considerando o valor da cesta básica local como referência, questiona-se como seria a melhor forma de obter um empréstimo com o cartão de crédito para que esse percentual seja mantido durante os seis primeiros meses de 2021.*

A opção por *juros* como objeto matemático fluiu da análise das respostas dos alunos ao QD, consoante com certos aspectos indicados por Souza (2018). O desempenho desses alunos, segundo a análise destas respostas pelo 1º, e 2º autor, permitiu dividir os 19 alunos em quatro grupos mesclados por meio de seus desempenhos que foram acompanhados sob a orientação do 2º autor.

Por sua vez, as etapas da MM adotadas estão em conformidade com o ciclo de Biembengut e Hein (2016). Elas foram vivenciadas sob a condução do 2º autor em uma intervenção com os alunos para contemplar os intentos pedagógicos inerentes à situação-problema.

a) Interação:

Reconhecimento da situação-problema: O professor realiza uma exposição tomando como base os seus posicionamentos

sobre Educação Financeira, com o propósito de instigar a necessidade de reconhecimento de aporte teórico para realizar um estudo, e os estudantes precisam compreender e interpretar a situação proposta.

Familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico: Nesse aspecto, os estudantes precisam utilizar seus conhecimentos prévios para ancorar os novos saberes a serem aprendidos, para assim, terem condições de perpassar para a etapa seguinte.

Esses dois aspectos têm o papel de viabilizar a interpretação da situação-problema formulada a partir da análise das respostas dos estudantes do Ensino Médio ao QD para ser resolvida no âmbito da MM.

b) Matematização

Formulação do problema → hipótese: após os embasamentos adquiridos na realização das atividades que compõem a etapa anterior, oportuniza-se a formulação e apresentação de possíveis soluções acerca da situação-problema em estudo. Os alunos vão originar a interpretação da situação-problema em forma de linguagem matemática, tomando como foco:

1. Classificar nos registros obtidos os atributos relacionados à situação-problema;
2. Identificar entre os atributos os que demarcam a situação-problema;
3. Recorrer aos atributos que demarcam a situação-problema visando estabelecer relações entre elas;
4. Selecionar símbolos e variáveis que permitam interpretar matematicamente a situação real.

Resolução do problema em termos do modelo: resolver a situação-problema com a formulação matemática obtida anteriormente.

c) Modelo Matemático

Interpretação da solução: os estudantes apreciam se a resolução atende satisfatoriamente à situação-problema em estudo e se responde a outras análises.

Validação do modelo → avaliação: Caso seja possível planificar um teste experimental controlado para avaliar a adequação do modelo e a possibilidade de adaptação para atender à situação proposta.

4. ANÁLISE E RESULTADOS

Esta exposição tem duas partes, ambas instituídas da interpretação das respostas dos alunos considerando os critérios estabelecidos e ilustrados por alguns extratos (E). A primeira trata dos conhecimentos sobre EF e a segunda dos de MM.

4.1 Conhecimentos prévios sobre EF na 1ª fase

1ª questão:

O que vem a ser consumo consciente?

“gastar o suficiente, guardar dinheiro para alguma ocasião”. (E1)

“É a prática de consumir de maneira consciente, ou seja, sem práticas de desperdícios ou coisas desnecessárias”. (E4)

“Não sei explicar”. (E16)

“Comprar sem exagero e gastar somente o necessário”. (E18)

A resposta de E16 foi classificada como RE. Já as respostas dos alunos E1, E4 e E18 estão relacionadas a dois dos 5R, *refletir* e *reduzir*, mas não os apresentam diretamente, isto o levou a classificá-las como RPA. Logo, indica diferentes níveis de entendimento sobre *consumo consciente* conforme a ENEF (2017).

2ª questão:

O que significa planejamento financeiro?

“Planejar como vai gastar o dinheiro, sem que haja dívidas muito grandes”. (E3)

“É você saber o quanto poderá gastar futuramente, dependendo do que você quer comprar, organizando-se e sabendo que pode haver empecilhos que podem prejudicar seu planejamento”. (E10)

“Planejar um percentual de gastos/economia” (E14)

“Planejar o que irá fazer com o dinheiro, se organizar”. (E15)

Os alunos E14, E15, E3 e E10, nesta ordem, conforme os critérios estabelecidos para análise, foram categorizados como RE, RPA1, RPA2 e RPA. O aluno E10 foi quem mais se aproximou de *planejamento financeiro* em conformidade com a ENEF.

3ª questão:

De que forma você controla financeiramente os seus recebimentos (receitas)? E quanto aos seus gastos?

“não tenho organização alguma quanto a isso”. (E2)

“Eu não tenho controle sobre minhas finanças e gastos”. (E10)

“Anoto! Anoto quanto ganhei e de onde veio. Anoto também tudo o que compro. Final do mês, vejo o quanto gastei e o quanto ganhei”. (E12)

A percepção dos estudantes sobre *orçamento*, quanto ao *controle de finanças*, segundo as noções de *receitas* e *despesas* de acordo com a ENEF, permite afirmar que E2, E10 e E12, respectivamente, foram classificados como RE, RPA2 e RPA. Dessa forma, mesmo que a ideia de *receita* figure implicitamente de algum modo, E12 relacionou o *controle de finanças* com gastos, sobressaindo-se em relação aos demais.

4ª questão:

Conceitue Educação Financeira.

“Saber lidar com o dinheiro! Todos deveriam saber lidar com seu dinheiro. Educação Financeira deveria ser “obrigatório” em escolas já que nem todos os pais sabem lidar com seu dinheiro”. (E12)

“É muito mais que dinheiro é saber o que irá gastar, com o que irá gastar, poupar dinheiro”. (E15)

“a educação financeira é o meio que auxilia na administração dos rendimentos”. (E19)

No caso da conceituação de *Educação Financeira*, por meio do intento de Rodrigues, Antunes e Rodrigues (2018) de proporcionar aos estudantes no âmbito do EM *noções a serem desenvolvidas* e *metas a serem alcançadas*, E19 foi classificado como RPA1 por priorizar as *noções a serem desenvolvidas* por meio do *planejamento financeiro*; já E12 situou-se como RPA2, por ter como meta o *desenvolvimento financeiro responsável individual*. Por fim, A15 tanto contempla as *noções a serem desenvolvidas* ao trazer a *noção do real valor do dinheiro como meta a ser alcançada* com o *desenvolvimento financeiro responsável individual*, portanto foi classificada como RA.

5ª questão:

Em algum momento, você já conseguiu ajudar, financeiramente, sua família, com o que aprendeu sobre educação financeira na escola? Em caso afirmativo, exemplifique a sua resposta.

“não, a escola não disponibiliza aula de educação financeira”. (E2)

“Não, o que sei de educação financeira aprendi fora da escola”. (E4)

“Na escola, não é abordado sobre educação financeira”. (E8)

Em relação à questão sobre a utilização das compreensões de EF aprendidas na escola, os estudantes E2, E4 e E8 foram classificados em RE. Assim, como não recorrem às noções de *planejamento*, *orçamento*, *consumo* e *definição de EF* inerentes aos preceitos da ENEF, não aludem a nenhum objeto da MF existente no currículo de matemática da EB.

6ª questão:

Apresente uma vantagem e uma desvantagem na compra de algum produto com o uso de Cartão de Crédito. Justifique a sua resposta.

“Poder dividir, tendo em vista que parcelas menores “cabem no bolso”. A desvantagem é que dividir mais de uma compra faz com que venham todos em uma única fatura”. (E2)

“Vantagem: O valor, geralmente “mais baixo”, pago nas parcelas. Desvantagem: Muitas vezes o valor total é mais caro do que se pagasse de outra forma”. “Juros”. (E4)

“Vantagem: poder dividir. Desvantagem: tudo vim na mesma fatura”. (E19)

As ideias E2, E4 e E19 explicitam *juros* enquanto objeto da MF no âmbito da noção de *consumo consciente* da EF, portanto, foram classificadas como RA. Vale a pena destacar que E2, E4 e E19 também se reportam a *planejamento* por meio do parcelamento. Assim, diante dos preceitos da ENEF, E2 e E19, além de juros, também trazem a *fatura* como objeto da MF existente no currículo de matemática da EB.

7ª questão:

Apresente uma vantagem e uma desvantagem na venda de algum produto com o uso de Cartão de Crédito. Justifique a sua resposta.

“Vantagem: O dinheiro irá “cair” na conta de qualquer forma. Desvantagem: Não é dinheiro vivo e parte do pagamento fica com o banco”. (E4)

“Vantagem: você pode ganhar mais em cima da venda do produto. Desvantagem: à vista você já tem a garantia do pagamento do produto”. (E10)

“Vantagem: Poder oferecer a possibilidade do parcelamento ao cliente. Desvantagem: O juro para transferir o dinheiro da conta da maquineta para conta pessoal”. (E2)

Os extratos de E4 e E10 aludem a inspirações que idealizam a Situação de Venda, o que permitiu classificá-los como (RPA1). Em acréscimo, E4 e E10 trazem o *dinheiro* como objetos da MF existente no currículo de matemática da EB. No entanto, E2, além de trazer *dinheiro* como objeto da MF, também traz *juros*.

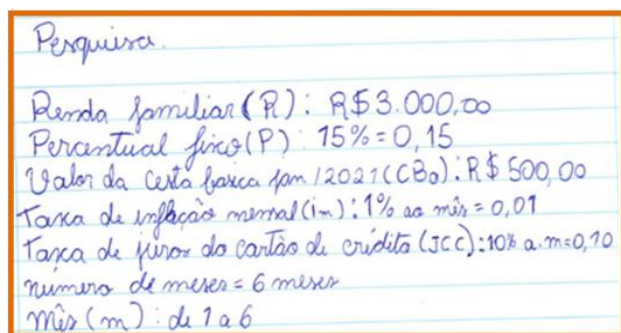
4.2 Proposta advinda da intervenção

Esta análise foi realizada à luz das etapas de Biembengut e Hein (2016), interpretando as respostas dos alunos com base na situação proposta, citada novamente a seguir:

Diante da oscilação da moeda nacional e, por conseguinte, da inflação, foi proposto aos estudantes que determinassem o valor dos proventos mensais da família. E, considerando o valor da cesta básica local como referência, questiona-se como seria a melhor forma de obter um empréstimo com o cartão de crédito para que esse percentual seja mantido durante os seis primeiros meses de 2021.

4.2a Interação

Nesta primeira etapa, os alunos devem entender bem o problema. Aqui, o objetivo da situação é descobrir o valor total necessário do empréstimo e a melhor forma de obtê-lo, deve ser a que resulte no menor custo final de juros. Para desenvolver o modelo, o grupo precisou ir à busca de dados reais que não foram fornecidos inicialmente, utilizando como fonte o IBGE, conforme o extrato a seguir.



Renda familiar (R):	R\$ 3.000,00
Percentual fixo (P):	15% = 0,15
Valor da cesta básica jan/2021 (CB ₀):	R\$ 500,00
Taxa de inflação mensal (i _m):	1% ao mês = 0,01
Taxa de juros do cartão de crédito (jcc):	10% a.m = 0,10
número de meses =	6 meses
Mês (m):	de 1 a 6

Figura 1: Pesquisa realizada pelo grupo 3

É importante destacar que aqui, além de recorrerem a certas fontes sobre EF, os estudantes consultaram o professor para eleger as variáveis com características essenciais que

permitam desenvolver o modelo e interpretar seus resultados.

4.2.b Matemáticação

Após coletar os dados, o grupo reconheceu ser preciso categorizar e classificar certas variáveis, conforme se observa nas informações descritas na figura 2.

Classificação dos registros obtidos	
Gasto ideal (G):	Valor que a família gasta por mês
Custo real (C):	Valor do custo básico após a inflação
Empréstimo (E):	Empréstimo para cobrir a diferença $CB_m - G$

Figura 2: Classificação dos Registros obtidos pelo G3

Nesta etapa, ocorre a transição das ideias iniciais no âmbito da situação real para a linguagem matemática. Neste contexto, os alunos precisaram criar expressões para o modelo ser desenvolvido e, para tanto, consideraram as categorias a seguir:

Custo da Cesta Básica ao Longo do Tempo (CB_m)

Em relação à Cesta Básica ao Longo do Tempo (CB_m), o custo real aumenta com a inflação, ou seja, é baseado nos juros compostos, pois, na inflação, há juros sobre juros. A expressão matemática a seguir traduz o que foi falado em termos matemáticos.

$$CB_m = CB_0 \times (1+i)^m$$

Figura 3: Custo da Cesta Básica no mês

Em que CB_m = o Custo da Cesta Básica no mês; CB₀ = Custo inicial da Cesta Básica; i = taxa de inflação mensal e m = número do mês (0 para janeiro, 1 para fevereiro, 2 para março etc.).

Gasto Ideal Fixo (G)

O gasto ideal da família é fixo e baseado na renda inicial e no percentual.

$$G = R \times P$$

Figura 4: Gasto Ideal Fixo

Em que G = gasto ideal; R = renda fixa (R\$ 3.000,00) e P = percentual fixo = 15% ou 0,15.

Valor do Empréstimo Necessário em cada Mês (E_m)

O valor do empréstimo em cada mês é obtido pela diferença entre o custo real e o gasto ideal, ou seja, o dinheiro que a

família disponibilizou para os gastos com a cesta básica (CB). Pode ser traduzido por:

$$E_m = CB_m - G$$

Figura 5: Empréstimo Necessário em cada Mês

Em que E_m = Empréstimo Necessário em cada Mês; CB_m = valor da cesta básica no mês e G = gasto ideal.

Valor Total a Ser Empréstado (E_{total})

O valor total que a família precisará emprestar ao longo dos 6 meses é a soma dos empréstimos feitos ao longo dos meses e pode ser expresso por:

$$E_{total} = \sum_{m=0}^6 E_m$$

Figura 6: Valor Total a Ser Empréstado

Em que E_{total} = Valor Total a Ser Empréstado; E_m = Empréstimo em cada Mês e m = mês do empréstimo (m_0 = janeiro, m_1 = fevereiro ... m_6 = junho). Lembrando que o empréstimo para Jan/2021 é zero, pois $CB_0 = G$ no modelo desenvolvido pelo grupo, ou seja, o gasto já está coberto pela renda no mês de janeiro (mês 0).

4.2.c Modelo Matemático

Nesta etapa, os cálculos foram realizados baseados nos dados coletados pelo grupo para decidir qual é a melhor estratégia de empréstimo.

$R = 3000$
 $P = 0,75$
 $G = 3000 \times 0,15 = R\$450,00$
 $\checkmark CB_0 = R\$500,00$ é maior que o $G = R\$450,00$; então a família vai precisar fazer empréstimo no primeiro mês.
 Vamos ajustar o modelo para que $G \geq CB_0$, em janeiro e com isso focar na alavancagem da inflação.
 Então $CB_0 = G = R\$450,00$

Figura 7: Análise do modelo pelo G3

Ficou evidente que, após a realização da pesquisa e dos cálculos matemáticos, o grupo precisou ajustar o modelo desenvolvido para que a família não precise fazer empréstimo logo no primeiro mês, como se mostra a seguir:

$R = 3000$
 $P = 0,75$
 $G = 3000 \times 0,15 = R\$450,00$
 $\checkmark CB_0 = R\$500,00$ é maior que o $G = R\$450,00$; então a família vai precisar fazer empréstimo no primeiro mês.
 Vamos ajustar o modelo para que $G \geq CB_0$, em janeiro e com isso focar na alavancagem da inflação.
 Então $CB_0 = G = R\$450,00$

Figura 8: Recorte de cálculo realizado pelo G3

Esses cálculos permitiram a construção da tabela 1 apresentada abaixo:

Tabela 1: Empréstimo realizado pela família em cada mês

Mês (m)	$CB_m = 450 \times (1,01)^m$	Gasto Ideal (G)	Empréstimo ($E_m = CB_m - G$)
Jan (0)	R\$450,00	R\$450,00	R\$0,00
Fev (1)	R\$454,50	R\$450,00	R\$4,50
Mar (2)	R\$459,05	R\$450,00	R\$9,05
Abr (3)	R\$463,64	R\$450,00	R\$13,64
Mai (4)	R\$468,27	R\$450,00	R\$18,27
Jun (5)	R\$472,96	R\$450,00	R\$22,96
Jul (6)	R\$477,70	R\$450,00	R\$27,70
Total			R\$96,12

O Empréstimo Total (E_{total}) que a família necessita é de R\$ 96,12 ao longo dos 6 meses.

Interpretação da Solução e Validação do Modelo

Então, qual é a melhor forma de obter o empréstimo com o cartão de crédito? A resposta é que existem duas opções principais no cartão: (1) Usar o Rotativo, ou seja, pagar a diferença (E_m) a cada mês, incorrendo em juros compostos altíssimos, de 10% ao mês sobre o valor devido. (2) Fazer um Empréstimo Pessoal/Consolidado e pegar o valor total necessário (E_{total}) de uma vez, no início do período, ou parcelar o valor do primeiro rotativo nos meses seguintes, mas com uma taxa de juros menor.

A melhor forma de obter o empréstimo é aquela que minimiza o custo final com juros. O Rotativo do Cartão é uma das modalidades de crédito mais caras do mercado, ou seja, $j_{cc} = 10\%$ é muito alto. Neste caso, se a família usasse o Rotativo por “n” meses, pagaria juros sobre juros. Apesar de o problema especificar “empréstimo com o cartão de crédito”, a melhor forma seria parcelar ou consolidar o valor total, $E_{total} = R\$ 96,12$, em um Empréstimo Pessoal, se o

cartão permitir, ou se for via outro banco, com a menor taxa de juros possível, e de preferência em poucas parcelas.

Por outro lado, se a família tivesse que usar o cartão, a melhor forma seria parcelar o débito o mais rápido possível. Em vez de deixar o saldo (E_m) virar rotativo e ser corrigido a 10% todo mês, a família deveria somar o valor total de R\$ 96,12 (o que é necessário). Assim, solicita-se o parcelamento da fatura logo no primeiro mês, levando à necessidade de empréstimo (Fevereiro, com R\$ 4,50), pois os bancos costumam oferecer taxas de juros mais baixas para o parcelamento do que para o rotativo.

4.3 Conclusão e Validação

O modelo matemático demonstrou que, mesmo com uma inflação baixa (1% a.m.), a família precisaria de R\$ 96,12 em 6 meses. O modelo financeiro valida que, para um empréstimo, a melhor escolha é sempre a menor taxa de juros. Portanto, a família deveria evitar o Rotativo e optar pelo Parcelamento de Fatura do Cartão de Crédito para pagar o total necessário o mais rápido possível e com a menor taxa de juros que puder negociar.

Sobre o Ensino da EF em conjunto com atividades de MM, o estudo permitiu observar que, para os alunos aprenderem, é importante que o ensino tenha significado. Desse modo, como aponta Ausubel (2002), quando o novo conteúdo se articula com os conhecimentos prévios do aluno, a aprendizagem torna-se mais eficaz. Considera-se que foram atendidas ambas as condições que Moreira (2011) menciona como essenciais para haver aprendizagem significativa: (1) o material (neste caso, a atividade de MM) deve ser potencialmente significativo e (2) o aprendiz deve ter predisposição para aprendê-lo.

Neste sentido, para o estudo sobre a EF, foi importante a mobilização de outros saberes da Matemática Financeira, como o conhecimento sobre juros, por exemplo, além de pontes, que foram realizadas a partir das estruturas algébricas para representar o modelo. Para Silva, Silva e Silva (2024), as relações algébricas constituem uma forma de pensamento teórico mediado por conceitos algébricos, cujo ponto de partida é o concreto sensível, mas que vai além da generalização da aritmética em termos de modelos matemáticos, visto que também representam situações vivenciadas no mundo real.

5. CONSIDERAÇÕES EDUCACIONAIS

A partir deste trabalho, no âmbito das suas duas fases, é perceptível a necessidade urgente de recorrer ao Ensino da EF nas escolas. A sua ausência pode fragilizar não somente o ensino, mas comprometer a formação dos cidadãos fragilizados, visto que diariamente a falta desse conhecimento os deixa expostos a riscos financeiros, levando-os a problemas de vulnerabilidade social pelo desconhecimento do uso consciente do dinheiro, por meio do planejamento financeiro.

Em relação à 1ª fase, as questões aplicadas serviram de ancoragem para os alunos poderem expressar suas opiniões ou mesmo realizar pesquisas para terem condições de responder às perguntas. Na 1ª questão, 2R (*refletir e reduzir*), por exemplo, foram identificados indiretamente,

aludindo à possibilidade de vislumbrar diferentes níveis de entendimento sobre *consumo consciente*. No caso da 1ª questão, a aproximação com a ideia de *planejamento financeiro* também não ocorre de forma explícita. De forma análoga aos comentários anteriores, na 3ª questão, ainda indiretamente, os estudantes relacionam *orçamento* e *controle de finanças* com as noções de *receitas e despesas*. Já na 4ª questão, a partir da *noção do real valor do dinheiro como meta a ser alcançada*, A15 chega à noção de *desenvolvimento financeiro responsável individual*.

Assim, o intento de recorrer a características inerentes ao *consumo consciente* na 1ª questão, ao *planejamento financeiro* na 2ª questão e ao *orçamento* na 3ª questão, visando fomentar a compreensão de *Educação Financeira* (4ª questão) no âmbito de preceitos da ENEF, mostrou-se viável. Na 5ª questão, os estudantes não conseguiram relacionar uma situação de finanças no âmbito familiar com algo aprendido na escola, assim, não aludiram a nenhuma das noções: *planejamento*, *orçamento*, *consumo* e *definição de EF*, consoante aos preceitos da ENEF, nem a objeto algum da MF do currículo de matemática da EB.

Em relação à 6ª questão, mediante a noção de parcelamento, os estudantes reportaram-se ao *planejamento* e, nesse contexto, a *juros e fatura* enquanto preceitos da MF. Por fim, na 7ª questão, a partir de situações com o uso de Cartão de Crédito, na tentativa de apresentar vantagem e desvantagem na venda de algum produto, os estudantes trazem *dinheiro* e *juros* como objetos da MF.

Considerando o uso de MM, a situação proposta permitiu aos estudantes a mobilização de saberes anteriores para poderem aprender novos saberes (Ausubel, 2002), ou seja, foram considerados seus conhecimentos prévios, como, por exemplo, as expressões algébricas para poder sistematizar o modelo por eles desenvolvido. Assim, a implementação de atividades de ensino com MM, explorando saberes relacionados à EF, contribui para a aprendizagem ser significativa e se mostrar como uma alternativa viável aos processos de ensino e, dessa forma, caracterizando-se como um material potencialmente significativo.

Contudo, é lamentável que, apesar de trabalhos promissores no Brasil, como os de Souza e Barbosa (2018) sobre criticidade em juros e o de Silva e Costa (2020) a respeito de sequências didáticas, a articulação da Modelagem Matemática (MM) com a Educação Financeira (EF) ainda é pouco explorada. Isso porque algumas escolas brasileiras ainda utilizam abordagens mecanicistas e descontextualizadas. Ademais, a escassez de práticas pedagógicas que validem e disseminem a abordagem da MM para o ensino da EF pode dificultar que os estudantes desenvolvam as competências necessárias para lidar com situações da vida real.

Na 2ª fase da pesquisa, as atividades de MM, envolvendo situações de ensino pautadas na realidade experienciada pelos alunos em seus contextos próprios, auxiliaram na ampliação de seus processos de argumentação e atribuição de significado a conceitos matemáticos materializados em expressões matemáticas. Dessa forma, é possível afirmar que o ciclo de MM de Biembengut e Hein (2016), adotado neste estudo, viabilizou o acionamento de subsunçores dos

alunos, favorecendo a aprendizagem significativa de conteúdos de Matemática Financeira recomendados no currículo prescrito.

Nesta 2ª fase, apesar de não ter realizado uma revisão de literatura, estudos como os de Gispert (2019), Rojas e Rodríguez (2017) permitem dizer que na Argentina também existem pesquisas sobre MM envolvendo a EF, por exemplo, com proposição de atividades para o senso crítico sobre créditos. Porém, não se observa a inter-relação entre dois enfoques: a proposição de atividades com MM utilizando princípios da EF para promover a aprendizagem de Matemática Financeira em conformidade com o currículo prescrito e/ou o uso de elementos da Matemática Financeira desse currículo para promover uma compreensão de princípios da EF que contribuam com a formação da cidadania.

6. REFERÊNCIAS

- Almeida, L. M. W. Dias, M. R. (2007). Modelagem Matemática em cursos de Formação de Professores. In J. C. Barbosa, A. D. Caldeira, & J. L. Araújo. (Orgs.). *Modelagem matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM (pp. 253-268).
- Almeida, L. W., & Dias, M. R. (2004). Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 17(22), 19-36.
- Almeida, L. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.
- Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Paidós.
- Banco Central do Brasil. (2013). *Caderno de Educação Financeira – Gestão de Finanças Pessoais*. Brasília: BCB.
- Bassanezi, R. (1994). Modeling as a teaching-learning strategy. *For the learning of mathematics*, 14(2), 31-35.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2016). *Modelagem matemática no ensino*. 5ª ed., 5ª imp. São Paulo: Editora Contexto.
- Brasil. (1997). Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Fundamental (SEF). *Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília, DF: MEC / SEF.
- Brasil. (2005). *Consumo Sustentável: Manual de educação*. Brasília: Consumers International / MMA / MEC / IDEC.
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular – BNCC*. Brasília: MEC/SEB.
- BRASIL. Casa Civil. *Decreto nº 10.393, de 9 de junho de 2020, que revoga o Decreto nº 8.397 de 22 de dezembro de 2010, que instituiu a Estratégia Nacional de Educação Financeira*, Brasília, 9 jun. 2020. <https://bit.ly/3i353x9>.
- Burak, D. (1992). *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. [Tese de Doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas – Campinas].
- Chiappetta, S. K. S., & Silva, J. R. (2018). Uma proposta para o ensino de educação financeira embasada na etnomatemática: consumo consciente a partir do contexto do orçamento financeiro. *Revista Tangram*, 2(1), 79-101.
- D’ Ambrosio, U. (1986). *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. São Paulo: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas.
- Gil, A. C. (2007). *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas.
- Gispert, M. (2019). La Modelización Matemática como eje para la Educación Financiera escolar. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática (UNIÓN)*, 15(57), 163-178.
- Godoy, A. S. (1995). Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *RAE-Revista de Administração de Empresas*, São Paulo, 35(2), 57-63.
- Mazzi, L. C., & Baroni, A. K. C. (2021). Diálogos possíveis entre Educação Financeira e Educação Matemática Crítica. In Baroni, A. K. C., Hartmann, A. L. B., & Carvalho, C. C. S. *Uma abordagem crítica da Educação Financeira na formação do professor de Matemática*. Curitiba: Appris (pp. 37- 53).
- Melo, D. P., & Pessoa, C. A. S. (2019). Educação Financeira no Ensino Médio: possibilidades. *ReBECCEM*, 3(2), 488-513.
- Moreira, M. A. (2011). *Teorias de Aprendizagem*. 2. ed. ampl. São Paulo: EPU.
- OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. *Recomendação sobre os princípios e as boas práticas de educação e conscientização financeira*, Paris, França, 2005. <http://www.oecd.org/finance/financial-education/35108560.pdf>
- Oliveira, J. M. (2001). *Limite constitucional dos juros bancários: doutrina e jurisprudência*. Campinas: LZN editora.
- Pozo, J. I. (2002). *Teorias cognitivas da aprendizagem*. 3. ed. Porto Alegre: Artmed.
- Queiroz, M. R. P. P. P., & Barbosa, J. C. (2016). Características da Matemática Financeira Expressa em Livros Didáticos: conexões entre a sala de aula e outras práticas que compõem a Matemática Financeira disciplinar. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(56), 1280-1299.
- Rojas, P., & Rodríguez, M. V. (2017). *Tareas de modelización matemática para el desarrollo del pensamiento crítico en educación financiera*. Actas de la XI Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM).
- Santos, G. L. da C. (2005). *Educação financeira: a matemática financeira sob nova perspectiva*. [Dissertação

de Mestrado em Educação para a Ciência, Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista – Bauru].

Saraiva, K. S. (2017). Os sujeitos endividados e a Educação Financeira. *Educar em Revista*, 33(66), 157-173.

Silva, A. C., & Costa, N. M. L. (2020). Sequências didáticas de modelagem matemática e educação financeira no ensino fundamental. *Ensino em Re-Vista*, 27(1), 115-135.

Silva, A. M., & Powell, A. B. (2014). Educação Financeira na Escola: A perspectiva da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico. *Boletim GEPEM*, 66, 3-19.

Silva, E. L., & Menezes, E. M. (2005). *Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação*. 4. ed. Florianópolis: UFSC.

Silva, J. J.; Silva, J. R.; Silva, L. B. (2024). O ensino de álgebra a partir da modelagem matemática: discussões entre a generalização e o pensamento algébrico. *Caderno Pedagógico*, 21(1), 1004-1021.

Silva, S. S. S., Silva, J. R., & Rufino, M. A. da S. (2024). Identificação de saberes do artesanato do bordado com potencial de favorecer a educação financeira. *Science and Knowledge in Focus*, 7(1), 137–151. <https://doi.org/10.5281/zenodo.14791244>

Souza, C. L., & Barbosa, J. C. (2018). Modelagem matemática e educação financeira: Uma articulação para o desenvolvimento da criticidade. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 11(2), 209-232.

Souza, R. A. (2018) *Educação Financeira: uma abordagem centrada na modelagem matemática*. [Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – São Paulo].