

## Análisis de las resoluciones de ejercicios y problemas de integrales realizadas por ingresantes a la universidad

Myriam Nuñez<sup>1</sup>, Cecilia Crespo Crespo<sup>1</sup>, Paula Zambianchi<sup>1</sup>

mynunez@uba.ar, ccrespo@uba.ar, paulazambianchi@uba.ar

<sup>1</sup>Universidad de Buenos Aires, Programa UBAXXI

### Resumen

Este trabajo presenta un análisis cualitativo y cuantitativo de los resultados obtenidos en las evaluaciones parciales de estudiantes de la asignatura Matemática 51 del Programa UBA XXI de la Universidad de Buenos Aires. La investigación se centra en los ejercicios evaluados sobre integrales, que se refieren a la aplicación de métodos de sustitución, integrales definidas y cálculo de áreas. Para ello se realizó una comparación entre los resultados obtenidos en cada cuatrimestre (Primer y Segundo Cuatrimestres 2024; Primer Cuatrimestre 2025) considerando los errores que cometieron los estudiantes y las habilidades que demostraron en sus respuestas.

**Palabras clave:** evaluaciones, análisis cuantitativo, integrales, errores

### Analysis of the solutions to exercises and problems about integrals by first year university students

#### Abstract

This paper presents a qualitative and quantitative analysis of the results obtained in the partial evaluations of students at Matemática 51 of the Program UBA XXI of University of Buenos Aires. The research focuses on the evaluated exercises on integrals, specifically those involving the application of substitution methods, definite integrals, and area calculations. To do this, a comparison was made between the results obtained in each quarter (First and Second Quarters 2024; First Quarter 2025) considering the errors made by the students and the skills they demonstrated in their answers.

**Keywords:** evaluations, quantitative analysis, integrals, errors

### Analyse des solutions aux exercices et aux problèmes d'intégration réalisées par les étudiants de première année universitaire

#### Résumé

Cet article présente une analyse qualitative et quantitative des résolutions des évaluations partielles des étudiants du cours de Matemática 51 du programme UBA XXI de l'Université de Buenos Aires. La recherche porte sur les exercices évalués relatifs aux intégrales, et plus particulièrement sur l'application de méthodes de substitution, le calcul d'intégrales définies et le calcul d'aires. Pour ce faire, une comparaison a été faite entre les résultats obtenus à chaque semestre (Premier et Deuxième Semestres 2024 ; Premier Semestres 2025) en tenant compte des erreurs commises par les étudiants et des compétences qu'ils ont démontrées dans leurs réponses.

**Mots clés:** évaluations, analyse quantitative, intégrales, erreurs

### Análise das soluções de exercícios e problemas sobre integrais por alunos do primeiro ano da universidade

#### Resumo

Este artigo apresenta uma análise qualitativa e quantitativa dos resultados obtidos nas avaliações parciais dos alunos da disciplina de Matemática 51 do Programa UBA XXI da Universidade de Buenos Aires.

Aires. A pesquisa concentra-se nos exercícios avaliados sobre integrais, especificamente aqueles que envolvem a aplicação de métodos de substituição, integrais definidas e cálculos de área. Para isso, foi feita uma comparação entre os resultados obtidos em cada trimestre (primeiro e segundo trimestres de 2024; primeiro trimestre de 2025), considerando os erros cometidos pelos alunos e as habilidades demonstradas em suas respostas.

**Palavras-chave:** avaliações, análise quantitativa, integrais, erros

## 1. INTRODUCCIÓN

La Universidad de Buenos Aires (UBA), fundada en 1821, está formada por trece facultades, en las que se dictan en la actualidad 113 carreras de grado.

El ingreso a la universidad es irrestricto actualmente, y desde 1985 el primer año de todas las carreras consiste en el Ciclo Básico Común (CBC), que debe ser aprobado antes de poder ingresar a la carrera correspondiente (Nepomneschi y Iacobellis, 2017). En 1986 se comenzó a implementar el programa UBA XXI, que introdujo la modalidad de educación a distancia como alternativa para el CBC de las distintas carreras.

En su inicio se ofrecían en esta modalidad solo algunas materias y el resto sólo podían cursarse de manera presencial en el CBC. Tras la pandemia, UBA XXI ofrece todas las materias del ingreso a la universidad en modalidad a distancia. “Desde sus inicios en la UBA, la educación a distancia fue propuesta como una modalidad inclusiva, que permitía ampliar el espectro de alcance de la educación superior ofrecida por dicha Universidad” (Ferrari, Fernández Surribas y García, 2016, p.2).

Desde sus inicios, este programa propició el desarrollo de nuevas alternativas para la enseñanza y el aprendizaje; entre ellas, la posibilidad de estudiar con material didáctico impreso complementado con medios audiovisuales como el video, la radio y la televisión. Esta modalidad tuvo un crecimiento exponencial con el desarrollo de Internet y las computadoras personales, crecimiento que se volvió todavía más abrupto con la aparición de los dispositivos móviles (teléfonos, tabletas, computadoras portátiles) y con el desarrollo de las redes sociales” (Ferrari, Fernández Surribas y García, 2016, p.1).

La materia Matemática 51 corresponde al plan de carreras de ciencias de la salud, ciencias veterinarias, arquitectura y filosofía, entre otras. Los contenidos de esta asignatura son:

Ecuaciones e inecuaciones. Funciones. Funciones lineales, cuadráticas y polinómicas. Funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas. Derivadas. Integrales. Vectores en el plano y en el espacio.

Si bien la sede central de UBA XXI se ubica en la Ciudad de Buenos Aires, cuenta con subse-des en diferentes localidades del interior de nuestro país (31 subse-des en 2025). En 14 de ellas cursan estudiantes de Matemática 51 (Bolívar, Bragado, 25 de mayo, 9 de julio, Carlos Casares, Daireaux, Gral. Pinto, Gral. Villegas, Gualaguaychú, Mercedes, Río Grande, Saladillo, Trenque Lauquen y Ushuaia).

En el programa UBA XXI, trabaja un equipo interdisciplinario de profesionales. El equipo docente de cada asignatura, está formado en nuestro caso por profesores de matemática que actúan como tutores a distancia durante el desarrollo de cada materia, que también diseñan las actividades del campus. En el caso de las subse-des, los tutores tienen contacto directo de manera presencial con los estudiantes.

En la actualidad, los estudiantes tienen acceso al Campus virtual UBA XXI en el que se encuentran los materiales de cada una de las materias en las que se han inscripto. El campus está desarrollado en Moodle y al acceder a cada materia está disponible el cronograma, los apuntes teóricos y guías de trabajos prácticos.

Matemática 51 es una asignatura cuatrimestral y se dicta en ambos cuatrimestres.

A medida que se van desarrollando las materias, se ponen a disposición los materiales de estudio, trabajos prácticos de esa unidad, ejercicios adicionales, ejercicios resueltos, videos con ejercicios propuestos y resueltos y foros de consultas para cada unidad. Cada semana se propone una actividad integradora de lo visto en ella, cuya entrega no es obligatoria, si bien se sugiere que los estudiantes la envíen para poder retroalimentar sus avances.

En los foros, los docentes que actúan como tutores virtuales, responden diariamente a dudas y consultas que formulan los alumnos sobre los problemas planteados y sobre los distintos materiales de la materia correspondiente. Próximo a los exámenes parciales se abren foros de repaso para las consultas relacionadas con la evaluación que se llevará a cabo.

Los estudiantes son evaluados de manera presencial a través de dos exámenes parciales. Existen dos maneras de aprobar la materia: por promoción directa (sin examen final) y por promoción indirecta (con examen final). En el primer caso, deben aprobar los dos exámenes parciales presenciales y obligatorios con un mínimo de 4 puntos o más cada uno y obtener una nota promedio, entre los dos parciales, igual o superior a 7 puntos. En caso de no acceder al régimen por promoción directa, pueden aprobar la materia mediante un examen final. Para estar habilitado a la instancia de examen final, deben rendir los dos exámenes parciales presenciales obligatorios y obtener una nota promedio entre 4 y 6 puntos y un examen final se aprueba con un mínimo de 4 puntos. Para rendir el final disponen de tres fechas consecutivas.

La cantidad de alumnos inscriptos en Matemática 51 a través de UBA XXI se encuentra por encima de los 12.000 en los últimos cuatrimestres. Se inscriben para rendir el primer examen parcial alrededor de 6.000, siendo sólo la mitad de ellos los que se presentan a

rendirlo. Aprueban por promoción solamente menos del 10% de los que rindieron los dos parciales.

En los últimos años, y agravado tras la pandemia, los resultados de los distintos exámenes de los alumnos han sido preocupantes en Matemática 51. Por otra parte, se ha observado que los alumnos tienen dificultades para plasmar sus dudas de manera escrita en los foros. Por eso y con la finalidad de ofrecer una instancia más para que consulten sus dudas, en el segundo cuatrimestre 2024, se organizaron encuentros semanales virtuales sincrónicos en los que los docentes pueden responder a preguntas de los estudiantes de manera más cercana a la modalidad en la que están acostumbrados a cursar previamente.

La investigación de la que forma parte la presente publicación se planteó como objetivos, observar los errores que cometen los alumnos en los distintos temas que se evalúan en estas materias, e intentar analizar si los encuentros sincrónicos favorecen el aprendizaje y se refleja esto en el rendimiento de los estudiantes en los exámenes. Algunos resultados de distintos aspectos de estas evaluaciones ya han sido analizados y reportados previamente (Crespo Crespo y Núñez, 2025, Zambianchi, Crespo Crespo y Núñez, 2025). En este trabajo, la propuesta es analizar los errores presentes en los exámenes rendidos por los alumnos, para ello se consideraron los errores que cometieron y las habilidades que demostraron en sus respuestas en relación con el tema de Integrales (primer y segundo cuatrimestres 2024 y primer cuatrimestre 2025). Se realiza una comparación entre los resultados obtenidos en cada uno de estos cuatrimestres.

## 2. MARCO TEÓRICO

Partiendo de la consideración del error como parte del proceso de aprendizaje, las investigaciones sobre los errores que cometen los alumnos en los exámenes de matemática cobran importancia porque permiten visualizar el producto del proceso realizado por los estudiantes en relación con la comprensión de los conceptos matemáticos. La identificación de patrones recurrentes en este análisis, da la oportunidad de observar cómo pueden afectar la comprensión de ciertos conceptos específicos para así realizar ajustes en las planificaciones que hagan hincapié en lo relacionado con los obstáculos que los estudiantes enfrentan.

En esta investigación hemos trabajado sobre la base de la tipificación de errores en evaluaciones matemáticas utilizada por Abancin Ospina y Castillo Marrero (2022). Teniendo en cuenta los contenidos de la materia evaluados a través de los ejercicios que formaron parte de los exámenes, se utiliza en la presente investigación la siguiente clasificación de errores:

### - *Error de planteo*

Corresponden a la interpretación incorrecta del enunciado planteado o al copiado erróneo de datos.

(Por ejemplo: copiar mal un número en una ecuación)

### - *Error de operaciones*

Se refiere a la realización incorrecta de operaciones matemáticas básicas.

(Por ejemplo: Hacer mal una cuenta)

### - *Error de manipulación algebraica*

Consiste en el manejo incorrecto de expresiones algebraicas mediante la aplicación de propiedades.

(Por ejemplo: simplificaciones incorrectas de fracciones, aplicación incorrecta de propiedad distributiva, sustituciones erróneas)

### - *Error de despeje*

Se refiere a la realización incorrecta de despejes de incógnitas o términos durante un cálculo algebraico.

(Por ejemplo: aplicación incorrecta de reglas de pasaje de términos)

### - *Error simbólico*

Corresponde a la utilización incorrecta de notaciones matemáticas, tanto su omisión, como su uso indiscriminado o confusión.

(Por ejemplo: uso incorrecto de símbolos integral o diferenciales)

### - *Error de cálculo de derivadas*

Se trata de errores cometidos al aplicar los diferentes métodos de integración

(Por ejemplo: derivar incorrectamente en la aplicación de los métodos de sustitución y partes)

### - *Error de límites de integración*

Consiste en la consideración incorrecta de los límites de integración en integrales definidas.

(Por ejemplo: tomar límites erróneos en un cálculo de áreas o invertir los límites de integración).

### - *Error de gráficos*

Involucran la interpretación incorrecta de gráficos en la resolución del problema planteado.

(Por ejemplo: en un cálculo de área entre curvas).

### - *Error de aspectos fundamentales*

Se refiere a interpretaciones y concepciones inadecuadas de definiciones y resultados matemáticos que se utilizan de manera incorrecta tanto al encarar el problema planteado, como en su resolución.

(Por ejemplo: confusión entre derivadas e integrales, cálculo de áreas como un número negativo).

En esta investigación también se han tenido en cuenta las habilidades relacionadas con procesos del cálculo y manipulación de expresiones. Para ello, sobre la base de Quiroz Lima, Vásquez Martínez, González González, Torres Mata y González Sánchez (2022), se analizó la manifestación y corrección en las resoluciones presentadas por los estudiantes de:

- Interpretación de enunciados
- Interpretación de datos a partir de gráficos
- Manipulación de expresiones algebraicas
- Realización de cálculos algebraicos
- Comunicación de resultados

En relación con el uso e interpretación de gráficos, sólo se tuvieron en cuenta cuando se trataba de ejercicios de cálculo de áreas, ya que en los que corresponden a integrales definidas o resolución de integrales mediante métodos, no aplica la utilización de estos.

### 3. METODOLOGÍA

Los ejercicios analizados corresponden al primer cuatrimestre de 2024, segundo cuatrimestre de 2024 y primer cuatrimestre de 2025.

Los temas considerados fueron: cálculo de áreas, integral definida y resolución de integrales aplicando el método de sustitución, en el caso de Matemática 51.

A partir de la clasificación de los errores cometidos por los estudiantes en los ejercicios mencionados, se realizó un análisis descriptivo de los datos de la muestra seleccionada. Con el fin de analizar la existencia de diferencias significativas y las posibles asociaciones entre las variables estudiadas se aplicaron la Prueba de diferencia de proporciones y la Prueba de Chi Cuadrado.

### 4. RESULTADOS

#### 4.1. Algunos errores detectados en resoluciones de los estudiantes

A partir del análisis de los errores presentes en los exámenes de los estudiantes, se obtiene información sobre la construcción del conocimiento durante el proceso de aprendizaje de los alumnos.

A continuación, presentaremos algunos ejemplos de los errores que hemos detectado en los exámenes que forman parte de la muestra considerada en la presente investigación. Se ha seleccionado un ejercicio de cada tipo: integrales definidas, aplicación de métodos de integración y cálculo de áreas y se muestran algunos errores que han sido cometidos por varios estudiantes en algunos de los ejercicios sobre los que fijamos la atención en esta oportunidad.

El ejercicio de integral definida que seleccionamos para mostrar algunas de las resoluciones presentadas y los errores cometidos, solicita el cálculo de una integral definida mediante la aplicación de propiedades de las mismas a partir de los datos suministrados.

La Figura 1 muestra una resolución del ejercicio en la que el estudiante comete errores de tipo simbólico y de aspectos fundamentales, ya que no identifica que ha llegado al valor numérico del resultado y continúa manteniendo el símbolo de integral y diferencial, incluso en el paso final.

En relación a las habilidades adquiridas, claramente no manifiesta aquellas que se relacionan con comunicación de resultados.

1. Si  $\int_0^1 f(x)dx = 1$  y  $\int_0^1 g(x)dx = -1$ , calcular  $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x) - 4]dx$  aplicando las propiedades de la integral definida.

$$\int_0^1 [2f(x) + 3g(x) - 4]dx$$

$$\int_0^1 [2 \cdot 1 + 3(-1) - 4]dx$$

$$\int_0^1 [2 - 3 - 4]dx$$

$$\int_0^1 [-5]dx$$

**Figura 1:** Ejercicio de integral definida con errores de tipo simbólico y de aspectos fundamentales.

En la Figura 2, es posible observar una resolución con error de planteo mediante la interpretación incorrecta de datos, puesta de manifiesto en la propuesta que realiza el estudiante para las funciones dadas, a esto se suma la aparición de la constante de integración, que señala la presencia de errores de aspectos fundamentales en el tema.

1. Si  $\int_0^1 f(x)dx = 1$  y  $\int_0^1 g(x)dx = -1$ , calcular  $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x) - 4]dx$  aplicando las propiedades de la integral definida.

$$\int_0^1 f(x)dx = 1$$

$$f(x) = 2x^0 \Rightarrow \int_0^1 2x^0 dx = 1$$

$$g(x) = -2x^0 \Rightarrow \int_0^1 -2x^0 dx = -1$$

$$\int_0^1 [2 \cdot 2x^0 + 3 \cdot (-2x^0) - 4]dx$$

$$\int_0^1 [4x^0 - 6x^0 - 4]dx = \int_0^1 [-2x^0 - 4]dx = \left[ -\frac{2x^1}{1} - 4x \right]_0^1 + C$$

$$\left( -\frac{2 \cdot 1}{1} - 4 \right) - \left( -\frac{2 \cdot 0}{1} - 4 \right) + C$$

**Figura 2:** Ejercicio de integral definida con errores de planteo y de aspectos fundamentales.

La resolución del ejercicio presentada en la Figura 3, presenta errores de planteo y manipulación algebraica.

Estos reflejan problemas en las habilidades de interpretación de enunciados y manipulación de expresiones algebraicas.

1. Si  $\int_0^1 f(x)dx = 1$  y  $\int_0^1 g(x)dx = -1$ , calcular  $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x) - 4]dx$  aplicando las propiedades de la integral definida.

$$2 \int_0^1 1 dx + 3 \int_0^1 1 dx - 4 \int_0^1 1 dx =$$

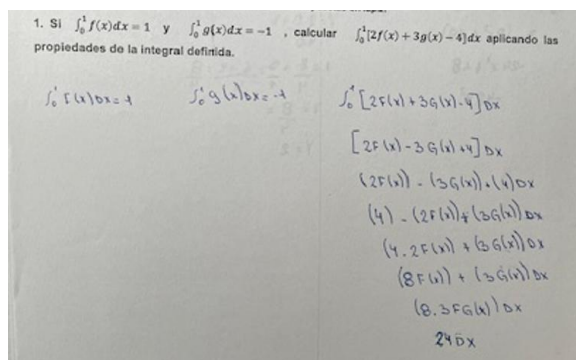
$$2x \Big|_0^1 + 3x \Big|_0^1 - 4x \Big|_0^1 =$$

$$2(1-0) + 3(1-0) - 4(1-0) =$$

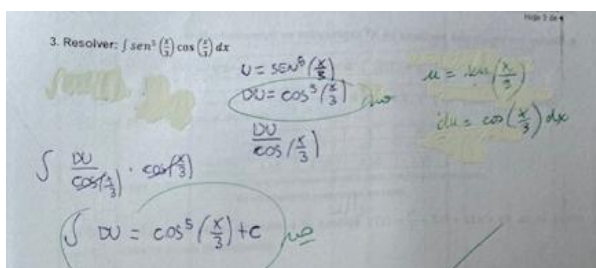
$$2 + 3 - 4 = 1$$



La Figura 4, presenta una resolución con errores de tipo simbólico, de manipulación algebraica y de aspectos fundamentales. En ella, el símbolo de integral desaparece manteniendo el diferencial y sin que medie cambio en el integrando, además en la manipulación de las funciones  $f$  y  $g$ , el estudiante opera con ellas llegando a un resultado que pone de manifiesto errores en aspectos fundamentales del tema y problemas con las habilidades de interpretación de enunciados, manipulación de expresiones algebraicas y comunicación de resultados.



Las resoluciones que se presentan a continuación (Figura 5) corresponden a un ejercicio de métodos de resolución de integrales en el que se requiere la aplicación del método de sustitución. Podemos observar errores en aspectos fundamentales y de planteo a través de la elección incorrecta de la expresión a sustituir, error de derivación y error de manipulación algebraica de las expresiones obtenidas.



La Figura 6 pone de manifiesto la extracción de constantes que se encontraban en el argumento de las funciones trigonométricas, fuera de la integral, así como la integración en forma directa del argumento de las funciones trigonométricas. Estos son identificados en la clasificación de errores considerada como errores en aspectos fundamentales, como la no aparición de la constante de integración y errores de manipulación algebraica. También se presentan errores al realizar las operaciones algebraicas y de aplicación de la propiedad distributiva

3. Resolver:  $\int \sin^2\left(\frac{x}{3}\right) \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx$

$\int \sin^2\left(\frac{x}{3}\right) \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx \rightarrow \int \sin^2\left(\frac{x}{3}\right) dx + \int \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx$

$\rightarrow \int \sin^2\left(\frac{1}{3}x\right) dx + \int \cos\left(\frac{1}{3}x\right) dx$  *no es distributiva*

$\rightarrow \frac{11}{3} \int \sin^2(x^2) dx + \frac{1}{3} \int \cos(x) dx$

$\rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} \cos^2\left(\frac{1}{2}x^2\right) \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot -\sin\left(\frac{1}{2}x^2\right)\right)$

$\rightarrow \frac{1}{11} \cos^2\left(\frac{1}{2}x^2\right) \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot -\sin\left(\frac{1}{2}x^2\right)\right)$

$\rightarrow \frac{1}{2} \cos^2\left(\frac{x^2}{2}\right) \cdot -\frac{1}{3} \sin\left(\frac{x^2}{2}\right)$

$\rightarrow \frac{2\cos^2 + 2x^2}{4} \cdot \frac{2\sin + 3x^2}{6}$

$\rightarrow \cos^2 + x^2 \cdot (\sin + x^2)$  *no*

Respeto

La resolución del ejercicio presentada en la Figura 7. presenta errores de planteo por medio de la elección incorrecta de la expresión a sustituir que le conduce a una integral que no resuelve, dejando en la misma además en simultáneo las variables  $x$  y  $t$ , considerado error de aspecto fundamental.

3. Resolver:  $\int \sin^5\left(\frac{x}{3}\right) \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx$

~~$\sin^5\left(\frac{x}{3}\right) = \sin^4\left(\frac{x}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$~~

$t = \cos\left(\frac{x}{3}\right)$

$\frac{dt}{dx} = -\sin\left(\frac{x}{3}\right) \cdot \frac{1}{3}$

$dx = \frac{dt}{(-1) \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) \cdot \frac{1}{3}}$

$\int \sin^5\left(\frac{x}{3}\right) \cdot t \cdot \frac{dt}{\sin\left(\frac{x}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)}$

$\int \sin^4\left(\frac{x}{3}\right) \cdot t \cdot -3 dt$  X

*pp.134-145*

En la Figura 8, es posible observar un caso de errores de aspectos fundamentales por la consideración de una propiedad que no se verifica, ya que el estudiante está aplicando la propiedad distributiva de la integral con respecto a la multiplicación. Este fue un error frecuente en la resolución de estos ejercicios. También se cometen errores de manipulación algebraica, de operaciones y de tipo simbólico. Para este último caso podemos destacar la permanencia del símbolo de la integral y la desaparición del diferencial.

Las habilidades que esta resolución muestra como no alcanzadas son: manipulación de expresiones algebraicas y realización de cálculos algebraicos.

3. Resolver:  $\int \sin^5\left(\frac{x}{3}\right) \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx$

$$\int \sin^5\left(\frac{x}{3}\right) dx \int \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx$$

$$\int -\cos^5\left(\frac{x}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + C$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} + C$$

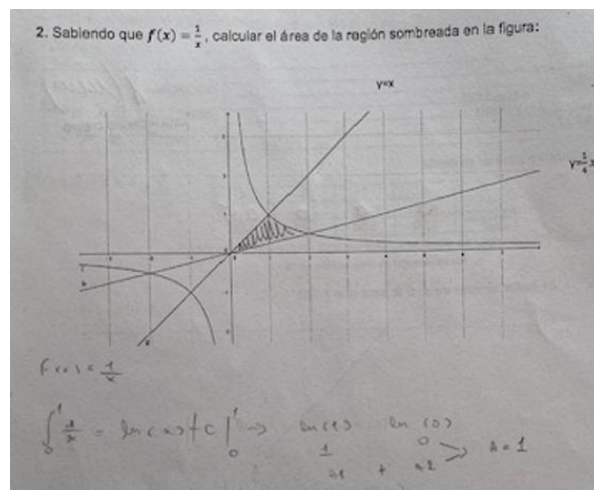
*Final*

**Figura 8:** Ejercicio de resolución de integral por sustitución con error de aspectos fundamentales, de manipulación algebraica, de tipo simbólico y de operaciones.

Entre los ejercicios de cálculo de área que formaron parte de las evaluaciones, elegimos para mostrar algunos de los errores cometidos, uno que requiere dividir la figura del planteo en dos sectores, determinar ambas áreas y sumarlas. Las tres funciones que delimitan estas áreas son dadas y los estudiantes debían, a través del gráfico presentado, interpretar lo solicitado e identificar los datos que esta representación cartesiana brinda.

La Figura 9, presenta un ejemplo de resolución con errores de planteo, de gráficos y de límites de integración, ya que el estudiante solo considera en el cálculo de la integral una de las funciones y además coloca de manera incorrecta los límites de integración correspondientes. Además, comete errores de operaciones en el cálculo del logaritmo y en aspectos fundamentales a través de la aparición de la constante de integración.

Las habilidades puestas en juego en este ejercicio y no alcanzadas por el estudiante son interpretación de enunciados, interpretación de datos a partir de gráficos, manipulación de expresiones algebraicas y realización de cálculos algebraicos.



**Figura 9:** Ejercicio de cálculo de área con errores de planteo, de gráficos, de límites de integración, de operaciones y de aspectos fundamentales.

El estudiante que presentó la resolución de la Figura 10, comete un error en el orden en que considera las funciones en una de las dos integrales, a partir de la interpretación del gráfico y posteriormente un error de operaciones. Las habilidades que no alcanzó este alumno en la resolución de este ejercicio, de manera total son la interpretación de datos a partir de gráficos y realización de cálculos algebraicos.

2. Sabiendo que  $f(x) = \frac{1}{x}$ , calcular el área de la región sombreada en la figura:

$\int_0^1 x - \int_0^1 \frac{1}{x} \rightarrow \frac{x^2}{2} - \ln|x|$

$\int_{1/4}^1 \frac{1}{x} - \int_{1/4}^1 x \rightarrow \ln|x| - \frac{x^2}{2}$

$A = \left(\frac{1}{2} - \ln\left(\frac{1}{4}\right)\right) - \left(\ln(1) - \frac{1}{8}\right)$

$\left(\frac{1}{2} - \ln\left(\frac{1}{4}\right)\right) - \ln(1) + \frac{1}{8} \rightarrow \frac{1}{2} - \ln(1) + \frac{1}{8}$

$A = \frac{3}{4} + \frac{1}{8} - \ln(1) \rightarrow A = \frac{18}{8} - \ln(1)$

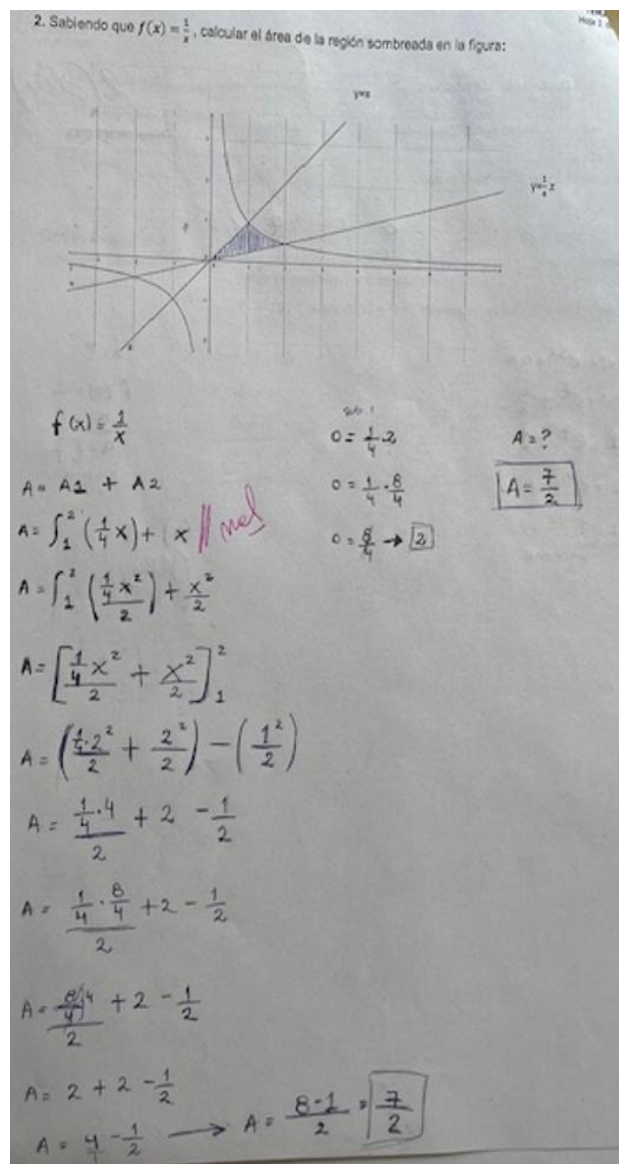
error de ~

**Figura 10:** Ejercicio de cálculo de área con errores de gráficos y de operaciones.



La Figura 11 muestra otro ejemplo de error de gráficos, de límites de integrales y de operaciones. El estudiante si bien identificó inicialmente que debe realizar el cálculo de dos áreas parciales, en el planteo correspondiente utiliza para una de ellas los límites de la otra y no recupera la idea original.

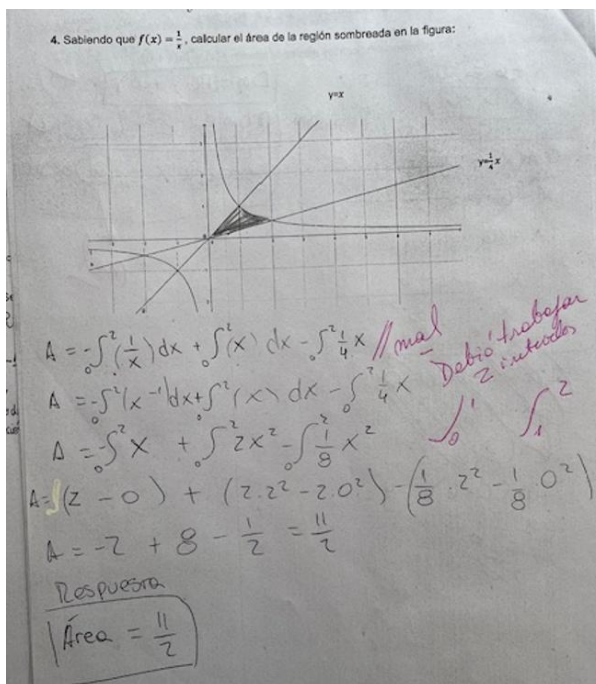
Esta resolución muestra problemas tanto en habilidades relacionadas con la interpretación de datos a partir de gráficos, como en la comunicación de resultados.



**Figura 11:** Ejercicio de cálculo de área con errores de gráficos, de límites de integración y de operaciones.

La Figura 12, muestra una resolución en la que se comete un error de límites de integración, pues si bien separa las dos integrales correspondientes a los sectores cuyas áreas debe calcular, al colocar como límites de integración el total de la figura, la resolución se realiza de manera incorrecta y no conduce al resultado.

La habilidad que no manifiesta de manera total es la interpretación de datos a partir de gráficos.



**Figura 12:** Ejercicio de cálculo de área con error de gráficos.

## 4.2. Análisis estadístico

En la asignatura Matemática 51, de los 273 ejercicios de cálculo de áreas lo resolvió el 52,7%; de los 573 ejercicios de integral definida, lo resolvió el 67,4% mientras que en el caso de resolución de integrales aplicando el método de sustitución, lo resolvió el 75,2% de un total de 226.

### 4.2.1 Ejercicio de Cálculo de Áreas

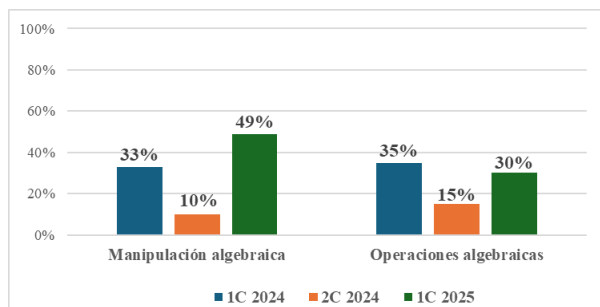
El porcentaje de estudiantes que realiza el ejercicio fue aumentando a lo largo de los cuatrimestres desde un 49% hasta un 59%, se halló independencia entre el cuatrimestre y la realización o no del ejercicio.

El porcentaje de errores de planteo, fue disminuyendo desde 77% hasta 56%, no se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores de planteo ( $p = 0,0492$ ).

El 35% de los estudiantes (1C 2024) cometen errores al realizar operaciones algebraicas, el 15% (2C 2024) y el 30% (1C 2025), se halló independencia entre el cuatrimestre y la realización de operaciones algebraicas.

En cuanto a los errores cometidos a partir de la manipulación algebraica fue en aumento a lo largo de los cuatrimestres, 33% (1C 2024); 10% (2C 2024) y el 49% (1C 2025). No se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores de manipulación algebraica ( $p = 0,0098$ ).

El Gráfico 1 muestra la evolución de los porcentajes de los errores detectados en relación a manipulaciones y operaciones algebraicas, en los que se observa una disminución y un posterior aumento. Esto nos parece notorio, ya que se trata de errores que no son específicos de la temática evaluada y que son contenidos con los que los estudiantes deberían ingresar pues son abordados en el nivel secundario.



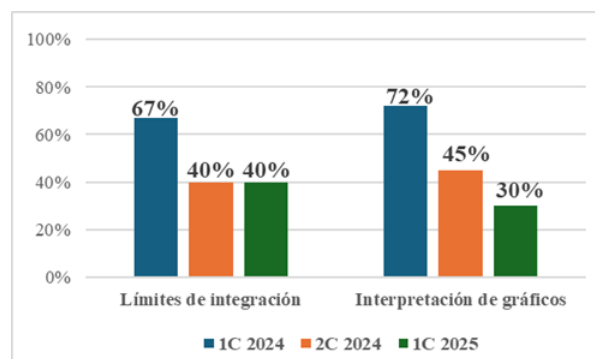
**Gráfico 1:** Porcentaje de errores cometidos por los estudiantes en las categorías de manipulación algebraica y operaciones algebraicas en cálculo de áreas.

Los errores cometidos en referencia al lenguaje simbólico disminuyeron de manera significativa; 40% (1C 2024); 45% (2C 2024) y el 16% (1C 2025). No se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores relacionados con el lenguaje simbólico ( $p = 0,0162$ ).

En relación con el cálculo de la solución el 48% comete errores (1C 2024); 55% (2C 2024) y el 53% (1C 2025) lo cual muestra que no hay grandes cambios entre los cuatrimestres analizados. Se halló independencia entre el cuatrimestre y el cálculo de la solución.

Al analizar los errores cometidos al tomar los límites de integración se pudo comprobar una disminución significativa entre el 1C 2024 (67%) y el 2C 2024 (40%), como así también con el 1C 2025 (40%), como se observa en el Gráfico 2. No se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores relacionados con los límites de integración ( $p = 0,0055$ ).

Para la interpretación de los gráficos pudo observarse una disminución significativa entre cuatrimestres, como se muestra en el Gráfico 2, 72% (1C 2024); 45% (2C 2024) y el 30% (1C 2025). No se halló independencia entre el cuatrimestre y la interpretación de los gráficos ( $p < 0,0001$ ).



**Gráfico 2:** Porcentaje de errores cometidos por los estudiantes en las categorías de límites de integración e interpretación de gráficos en los cuatrimestres analizados en cálculo de áreas.

Los errores relacionados con los aspectos fundamentales fueron 68% (1C 2024); 75% (2C 2024) y el 65% (1C 2025). Se halló independencia entre el cuatrimestre y los aspectos fundamentales.

En la Tabla 1 podemos observar las habilidades demostradas por los estudiantes para cada cuatrimestre.

**Tabla 1:** Habilidades demostradas por los estudiantes en ejercicios de cálculo de área para cada cuatrimestre.

1C 2024	BIEN	REGULAR	MAL	NO REALIZA
Interpretación de enunciados	22 (27%)	15 (19%)	44 (54%)	0 (0%)
Interpretación de datos del gráfico	21 (26%)	18 (22%)	42 (52%)	0 (0%)
Manipulación de expresiones algebraicas	37 (46%)	11 (13%)	26 (32%)	7 (9%)
Realización de cálculos algebraicos	42 (52%)	6 (7%)	26 (32%)	7 (9%)
Comunicación de resultados	15 (19%)	25 (30%)	37 (46%)	4 (5%)
2C 2024	BIEN	REGULAR	MAL	NO REALIZA
Interpretación de enunciados	6 (30%)	2 (10%)	12 (60%)	0 (0%)
Interpretación de datos del gráfico	6 (30%)	3 (15%)	9 (45%)	2 (10%)
Manipulación de expresiones algebraicas	12 (60%)	1 (5%)	4 (20%)	3 (15%)
Realización de cálculos algebraicos	14 (70%)	1 (5%)	2 (10%)	3 (15%)
Comunicación de resultados	5 (25%)	3 (15%)	10 (50%)	2 (10%)
1C 2025	BIEN	REGULAR	MAL	NO REALIZA
Interpretación de enunciados	22 (51%)	1 (2%)	20 (47%)	0 (0%)
Interpretación de datos del gráfico	24 (56%)	2 (4,5%)	15 (35%)	2 (4,5%)



<b>Manipulación de expresiones algebraicas</b>	21 (49%)	0 (0%)	22 (51%)	0 (0%)
<b>Realización de cálculos algebraicos</b>	24 (56%)	1 (2%)	17 (40%)	1 (2%)
<b>Comunicación de resultados</b>	14 (33%)	5 (12%)	23 (53%)	1 (2%)

Ahora comparamos las habilidades demostradas entre los 3 cuatrimestres analizados. Nos centramos en comparar los ejercicios que están resueltos correctamente y los que no.

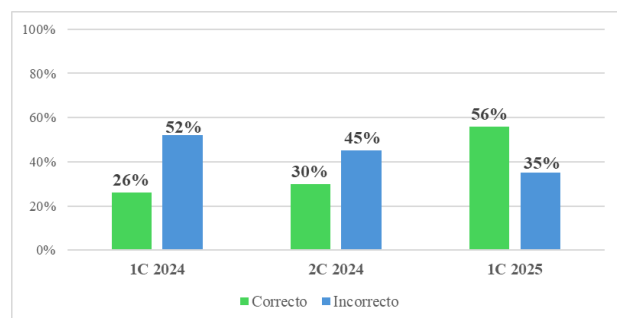
En relación con la interpretación de enunciados no se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes de los cuatrimestres estudiados.

Para la interpretación de datos a partir del gráfico se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes ( $p = 0,0194$ ). La cantidad de estudiantes que resuelven bien el ejercicio es mayor en el 1C 2025 (Gráfico 3).

Con respecto a la manipulación de expresiones algebraicas no se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes.

Tampoco se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes, en referencia con la realización de cálculos algebraicos.

Acerca de la comunicación de resultados no se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes.



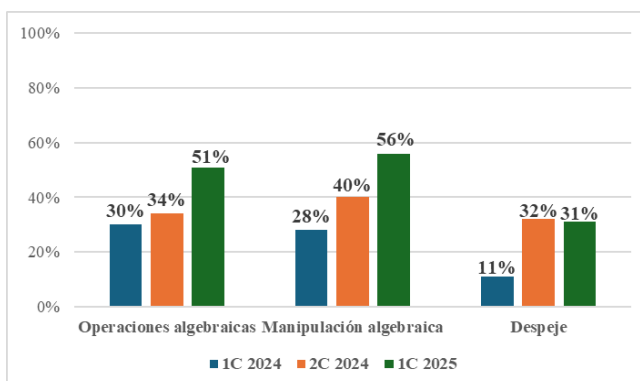
**Gráfico 3:** Porcentaje de habilidades demostradas por los estudiantes en sus resoluciones en la categoría de interpretación de datos del gráfico en cálculo de áreas en los cuatrimestres analizados.

#### 4.2.2. Ejercicio de Integrales definidas

El porcentaje de estudiantes que realiza el ejercicio fue disminuyendo a lo largo de los cuatrimestres analizados desde un 75% hasta un 64%; se halló independencia entre el cuatrimestre y la realización o no del ejercicio.

El porcentaje de errores de planteo, fue disminuyendo desde 52% hasta 33%, no se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores de planteo ( $p = 0,0001$ ).

Como se puede observar en el Gráfico 4, el 30% de los estudiantes (1C 2024) cometen errores al realizar operaciones algebraicas, el 34% (2C 2024) y el 51% (1C 2025). No se halló independencia entre el cuatrimestre y la realización de operaciones algebraicas ( $p = 0,0007$ ).



**Gráfico 4:** Porcentaje de errores cometidos por los estudiantes en las categorías de operaciones y manipulación algebraica y de despeje en integrales definidas en los cuatrimestres analizados.

En cuanto a los errores cometidos a partir de la manipulación algebraica fue en aumento a lo largo de los cuatrimestres, 28% (1C 2024); 40% (2C 2024) y el 56% (1C 2025), como muestra el Gráfico 4. No se halló independencia entre el cuatrimestre y la manipulación algebraica ( $p < 0,0001$ ).

El 11% de los estudiantes (1C 2024) comete errores al despejar, mientras que el 32% lo hace en 2C 2024 y el 31% en 1C 2025 como puede observarse en el Gráfico 4. No se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores de despeje ( $p = 0,0001$ ).

Los errores cometidos en referencia al lenguaje simbólico aumentaron en el transcurso de los cuatrimestres: 27% (1C 2024); 39% (2C 2024) y el 34% (1C 2025). Se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores relacionados con el lenguaje simbólico.

En relación con el cálculo de la solución el 44% comete este tipo de errores en (1C 2024); 33% (2C 2024) y el 50% (1C 2025). No se halló independencia entre el cuatrimestre y el cálculo de la solución ( $p = 0,0224$ ).

Al analizar los errores cometidos al tomar los límites de integración se pudo comprobar un aumento significativo entre el 1C 2024 (5%) y el 2C 2024 (17%), como así también con el 1C 2025 (26%). No se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores relacionados con los límites de integración ( $p < 0,0001$ ).

Los errores relacionados con los aspectos fundamentales fueron 63% (1C 2024); 50% (2C 2024) y el 53% (1C 2025). Se halló independencia entre el cuatrimestre y los aspectos fundamentales.

En la tabla siguiente (Tabla 2) podemos observar las habilidades demostradas por los estudiantes para cada cuatrimestre

**Tabla 2:** Habilidades demostradas por los estudiantes en ejercicios de integrales definidas para cada cuatrimestre.

1C 2024	BIEN	REGULAR	MAL	NO REALIZA
Interpretación de enunciados	55 (42%)	11 (8%)	65 (50%)	0 (0%)
Manipulación de expresiones algebraicas	80 (61%)	6 (5%)	38 (29%)	7 (5%)
Realización de cálculos algebraicos	79 (60%)	9 (7%)	35 (27%)	8 (6%)
Comunicación de resultados	48 (37%)	5 (3%)	69 (53%)	9 (7%)
2C 2024	BIEN	REGULAR	MAL	NO REALIZA
Interpretación de enunciados	88 (82%)	7 (7%)	12 (11%)	0 (0%)
Manipulación de expresiones algebraicas	56 (52%)	9 (9%)	39 (36%)	3 (3%)
Realización de cálculos algebraicos	65 (61%)	8 (8%)	25 (23%)	9 (8%)
Comunicación de resultados	45 (42%)	7 (7%)	35 (33%)	20 (18%)
1C 2025	BIEN	REGULAR	MAL	NO REALIZA
Interpretación de enunciados	101 (68%)	3 (2%)	44 (30%)	0 (0%)
Manipulación de expresiones algebraicas	53 (36%)	23 (15%)	69 (47%)	3 (2%)
Realización de cálculos algebraicos	50 (34%)	29 (19%)	65 (44%)	4 (3%)
Comunicación de resultados	63 (43%)	9 (6%)	61 (41%)	15 (10%)

A continuación, comparamos las habilidades demostradas entre los 3 cuatrimestres analizados. Nos centramos en comparar los ejercicios que están resueltos correctamente y los que no.

En relación con la interpretación de enunciados se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes obtenidos ( $p < 0,0001$ ). La cantidad de estudiantes que interpretan bien el enunciado del ejercicio es mayor en el 2C 2024.

Con respecto a la manipulación de expresiones algebraicas se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes ( $p = 0,0006$ ). La cantidad de estudiantes que manipulan correctamente las expresiones algebraicas es mayor en el 1C 2024.

También se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes, en referencia con la realización de cálculos algebraicos ( $p < 0,0001$ ). La cantidad de estudiantes que realizan bien los cálculos algebraicos es menor en el 1C 2025.

Acerca de la comunicación de resultados no se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes.

#### 4.2.3. Ejercicio de Métodos de Integración

En este caso sólo se analizaron el 1C 2024 y el 2C 2024 ya que no se tomaron en el examen ejercicios vinculados a métodos de integración en 1C 2025.

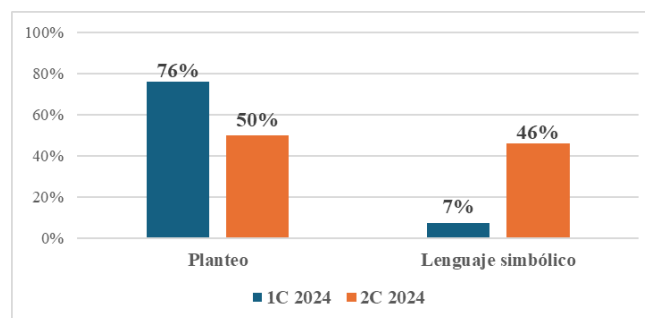
El porcentaje de estudiantes que realiza el ejercicio muestra una disminución de un cuatrimestre a otro, 80%

(1C 2024) y 72% (2C 2024). Se halló independencia entre el cuatrimestre y la realización o no del ejercicio.

Lo mismo sucedió con el porcentaje de errores de planteo, disminuyó: 76% (1C 2024) y 50% (2C 2024). En el Gráfico 5 puede observarse esta disminución. No se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores de planteo ( $p = 0,0006$ ).

El 28% de los estudiantes (1C 2024) cometen errores al realizar operaciones algebraicas, y el 39% en 2C 2024. Se halló independencia entre el cuatrimestre y la realización de operaciones algebraicas.

En cuanto a los errores cometidos a partir de la manipulación algebraica no hubo cambios significativos entre los cuatrimestres analizados, 56% (1C 2024) y 52% (2C 2024). Se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores cometidos en la manipulación algebraica.



**Gráfico 5:** Porcentaje de errores cometidos por los estudiantes en las categorías de planteo y lenguaje

simbólico en métodos de integración en los cuatrimestres analizados.

Los errores cometidos en referencia al lenguaje simbólico aumentaron significativamente: 7% (1C 2024) y 46% (2C 2024) (Gráfico 5). No se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores relacionados con el lenguaje simbólico ( $p < 0,0001$ ).

Al analizar los errores cometidos al derivar se pudo comprobar una disminución significativa entre el 1C

2024 (44%) y el 2C 2024 (21%). Se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores de derivación.

Los errores relacionados con los aspectos fundamentales fueron: 50% (1C 2024) y 63% (2C 2024). Se halló independencia entre el cuatrimestre y los errores relacionados con los aspectos fundamentales.

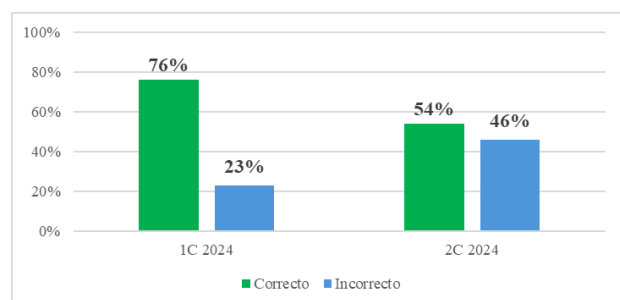
En la tabla siguiente podemos observar las habilidades demostradas por los estudiantes para cada cuatrimestre (Tabla 3).

**Tabla 3:** Habilidades demostradas por los estudiantes en ejercicios de métodos de integración para cada cuatrimestre.

1C 2024	BIEN	REGULAR	MAL	NO REALIZA
Interpretación de enunciados	65 (76%)	1 (1%)	20 (23%)	0 (0%)
Manipulación de expresiones algebraicas	28 (33%)	0 (0%)	58 (67%)	0 (0%)
Realización de cálculos algebraicos	33 (38%)	2 (3%)	51 (59%)	0 (0%)
Comunicación de resultados	60 (70%)	10 (11%)	16 (19%)	0 (0%)
2C 2024	BIEN	REGULAR	MAL	NO REALIZA
Interpretación de enunciados	45 (54%)	0 (0%)	39 (46%)	0 (0%)
Manipulación de expresiones algebraicas	33 (39%)	8 (10%)	39 (46%)	4 (5%)
Realización de cálculos algebraicos	38 (45%)	2 (3%)	32 (38%)	12 (14%)
Comunicación de resultados	26 (31%)	8 (10%)	39 (46%)	11 (13%)

Ahora comparamos las habilidades demostradas entre los 2 cuatrimestres analizados. Nos centramos en analizar los ejercicios que están resueltos correctamente y los que no.

En relación con la interpretación de enunciados se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes ( $p = 0,0018$ ). La cantidad de estudiantes que interpretan bien el enunciado del ejercicio es mayor en el 1C 2024, como se muestra en el Gráfico 6.



**Gráfico 6:** Porcentaje de habilidades demostradas por los estudiantes en la categoría de interpretación de enunciados en métodos de integración.

Con respecto a la manipulación de expresiones algebraicas no se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes.

Tampoco se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes en referencia con la realización de cálculos algebraicos.

Acerca de la comunicación de resultados se hallaron diferencias significativas entre los porcentajes ( $p < 0,0001$ ). La cantidad de estudiantes que comunican bien el resultado del ejercicio es considerablemente mayor en el 1C 2024.

## 5. CONCLUSIONES

A través del análisis de los errores cometidos por los estudiantes ingresantes a la universidad en carreras no orientadas hacia la matemática, en la resolución de ejercicios de integrales evaluados en exámenes parciales, fue posible detectar dificultades específicas previas de origen aritmético y geométrico. Las manipulaciones algebraicas y operaciones con números reales constituyen un obstáculo al inicio de la formación universitaria. Por otra parte, las dificultades de la interpretación de datos a partir de gráficos denotan carencias en aspectos geométricos y de visualización provenientes de los niveles educativos previos.

Ser conscientes de estas carencias de los ingresantes, hace que sea necesario un replanteo del abordaje de ciertos conceptos que los cursos universitarios toman como básicos y aprendidos previamente. Nos lleva de esta manera a la necesidad de pensar cómo reforzar estos temas elementales sobre los cuales se construyen los

conceptos matemáticos necesarios para el ingreso a la universidad y cómo lograr instancias que den a los alumnos la oportunidad de practicar y aprender los conceptos fundamentales que no deberían pensarse actualmente como aprendidos en la escuela.

El trabajo sobre los errores de los estudiantes en sus producciones debe llevarnos a identificar el origen de los mismos y cuáles son los obstáculos a los que se enfrentan cuando tratan de resolver un ejercicio. De esta manera se pueden identificar cuáles son los errores que provienen de una simple distracción y cuáles son aquellos que deben hacernos intervenir y buscar estrategias para solucionar la situación.

En esta investigación se realizó una clasificación de los errores, y se detectó una cantidad considerable de problemas relacionados con operaciones algebraicas básicas, aplicación de propiedades, utilización incorrecta de notaciones matemáticas y aspectos fundamentales, entre otros.

A partir del análisis estadístico realizado, fue posible observar la independencia entre el cuatrimestre y la realización o no del ejercicio, tanto en el caso de cálculo de áreas, como de aplicación de métodos de integración o en el cálculo de integrales definidas. En relación a los errores de planteo, se observó una disminución a lo largo de los cuatrimestres analizados de su presencia en las resoluciones de todos los ejercicios tenidos en cuenta en esta investigación. En los distintos tipos de errores estudiados, pudieron observarse aumentos o bien disminuciones en los distintos cuatrimestres, como hemos expuesto en el análisis estadístico presentado. Algunos de estos resultados pueden atribuirse a la implementación, en el 2C 2024, de clases sincrónicas de consulta que, si bien se realizaron también en el 1C 2025, la participación de los estudiantes en ellas fue mucho menor.

Consideramos que es importante que los estudiantes reflexionen sobre los errores que cometen, sobre aquellos que se repiten en las evaluaciones. El reconocimiento del error, la reflexión sobre él y el conocimiento de maneras correctas de resolver un problema, pueden hacer que los alumnos aprendan a evitarlos permitiéndoles una construcción más sólida del conocimiento. Por ello, tenemos pensada como una de las estrategias a considerar en cuatrimestres próximos de nuestra asignatura, la posibilidad de grabar videos en los que se retomen resoluciones usuales de ejercicios de examen mostrando los errores que se han encontrado y que reflexionen acerca de qué conceptos matemáticos se ponen en juego en los enunciados, cuáles son los errores cometidos, cuáles son los conceptos matemáticos relacionados con el error correspondiente, y a partir de ello, que se explique cómo resolverlos de manera correcta. Partiendo de estas reflexiones esperamos que los estudiantes puedan comprender esos errores y que ellos no los cometan.

## 6. REFERENCIAS

- Abancin Ospina, R. A., y Castillo Marrero, Z. N. (2022). Tipificación de errores en evaluaciones matemáticas de un primer curso universitario. *Explorador Digital*, 6(3), 6-27. DOI:10.33262/exploradordigital.v6i3.2196
- Crespo Crespo, C. y Nuñez, M. (2025). Errores aritméticos de estudiantes en exámenes de matemática en ingreso a la universidad. *Memorias del 17º Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas*. Año 9 (6). Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM, México (México), (pp.429-437). DOI <https://matematicasfesc.cuautitlan.unam.mx/Memorias/Congreso17/index.html>
- Ferrari, A.; Fernández Surribas, J. y García, A. (2016): El rol del tutor de Biología en el Programa UBAXXI. *Memorias de la IX Conferencia Internacional Guide. Educación y Sociedad en Red. Los desafíos de la era digital*. USAL, Buenos Aires. DOI: <https://p3.usal.edu.ar/index.php/supsignosead/issue/view/280>
- Nepomneschi, M. y Iacobellis, M. (2017, 3-8 de diciembre). La creación del CBC-UBA: Dialogo entre la historia documentada y la historia vivida. [Comunicación de Grupo de Trabajo] XXXI Congreso ALAS-Uruguay. [https://www.easyplanners.net/alas2017/opc/tl/2362\\_marta\\_nepomneschi.pdf](https://www.easyplanners.net/alas2017/opc/tl/2362_marta_nepomneschi.pdf)
- Quiroz Lima, C.; Vásquez Martínez, C.; González González, F.; Torres Mata, J. y González Sánchez, I. (2022). Estudio socioeducativo de los principales errores que realizan los alumnos en el tema de la integral definida como factor que impide la competencia requerida. *Revista Iberoamericana Para La Investigación Y El Desarrollo Educativo*, 13(25). DOI: <https://doi.org/10.23913/ride.v13i25.1347>
- Zambianchi, P.; Crespo Crespo, C.; Nuñez, M. (2025). Análisis cuantitativo sobre evaluaciones de ingresantes a la Universidad de Buenos Aires. [Poster] *LII Coloquio Argentino de Estadística*. Sociedad Argentina de Estadística, UNAM, Posadas, Prov. de Misiones.