

## NIVELES DE RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO EVIDENCIADOS EN DOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE ENSEÑANZA MEDIA

Constanza Rojas Mundet<sup>1</sup>, Savka Riveros Silva<sup>2</sup>, Nicolás Sánchez Acevedo<sup>3</sup>, Claudio Zamorano Sánchez<sup>4</sup>

constanza.rojasm@alumnos.ucentral.cl, savka.riveros@alumnos.ucentral.cl, nicolas.sanchez@ucentral.cl,  
claudio.zamorano@ucentral.cl

<sup>1,2,3,4</sup>Facultad de Educación, Universidad Central de Chile, Av. Santa Isabel # 1278, Santiago, Chile

### Resumen

Diversas investigaciones señalan que los docentes de Matemática enfrentan dificultades para razonar estadísticamente, evidenciando un conocimiento superficial y errores conceptuales. Por ello, este artículo analiza el razonamiento estadístico de profesores de Matemática de enseñanza media. La investigación tiene un enfoque cualitativo basado en un estudio de casos, en el que participaron dos profesores de Matemática en ejercicio. Para la recolección de datos, se utilizó una entrevista semidirrectiva y un cuestionario de respuesta abierta contextualizada al baloncesto, aplicados a ambos profesores para analizar sus respuestas escritas y determinar los niveles de razonamiento estadístico. Las respuestas fueron examinadas considerando seis componentes del razonamiento estadístico, bajo los cinco niveles de la Taxonomía SOLO (Preestructural, Uniestructural, Multiestructural, Relacional y Abstracto Ampliado). Los resultados del cuestionario muestran que los profesores presentan habilidades de razonamiento estadístico en diferentes niveles, desde lo preestructural hasta lo abstracto ampliado, dependiendo del tipo de consigna y el contexto del problema. No obstante, se identificaron áreas de mejora, especialmente en la capacidad para integrar de manera coherente el contexto del baloncesto con sus respuestas y en la reflexión crítica sobre los datos analizados.

**Palabras clave:** Razonamiento estadístico, Alfabetización estadística, Profesor de matemáticas, Estudio de casos, Cualitativo.

### Levels of Statistical Reasoning Observed in Two Secondary School Mathematics Teachers

#### Abstract

Various studies indicate that mathematics teachers face difficulties in statistical reasoning, exhibiting superficial knowledge and conceptual errors. Therefore, this article analyzes the statistical reasoning of secondary school mathematics teachers. The research has a qualitative approach based on a case study, in which two practicing mathematics teachers participated. For data collection, a semi-structured interview and an open-ended questionnaire contextualized to basketball were administered to both teachers to analyze their written responses and determine their levels of statistical reasoning. The answers were looked at using six parts of statistical reasoning based on the five levels of the SOLO Taxonomy (Prestructural, Unistructural, Multistructural, Relational, and Extended Abstract). The results of the questionnaire show that teachers exhibit statistical reasoning skills at different levels, from prestructural to extended abstract, depending on the type of prompt and the context of the problem. However, areas for improvement were identified, especially in the ability to coherently integrate the basketball context into their responses and in the critical reflection on the analyzed data.

**Keywords:** Statistical reasoning, Statistical literacy, Mathematics teacher, Case study, Qualitative

### Niveaux de raisonnement statistique observés chez deux enseignants de mathématiques du secondaire

#### Résumé

Diverses recherches indiquent que les enseignants de mathématiques rencontrent des difficultés à raisonner statistiquement, ce qui met en évidence des connaissances superficielles et des erreurs conceptuelles. C'est pourquoi cet article analyse le raisonnement statistique des professeurs de mathématiques du secondaire. La recherche adopte une

aproximación cualitativa basada en un estudio de casos, en la que participaron dos docentes de matemáticas en ejercicio. Para la recolección de datos, se utilizó un cuestionario semidirigido y un cuestionario de respuestas abiertas sobre el basket-ball, administrados a dos docentes. Esto permitió analizar sus respuestas escritas y medir sus niveles de razonamiento estadístico. Las respuestas fueron analizadas considerando seis elementos del razonamiento estadístico, siguiendo los cinco niveles de la taxonomía SOLO (preestructural, uniestructural, multiestructural, relacional y abstracto extendido). Los resultados del cuestionario muestran que los docentes presentan competencias de razonamiento estadístico a diferentes niveles, desde el pre-estructural hasta el abstracto extendido, según el tipo de consigna y el contexto del problema. Sin embargo, se identificaron áreas de mejora, especialmente en lo que respecta a la capacidad de integrar de manera coherente el contexto del basket-ball en sus respuestas y la reflexión crítica sobre los datos analizados.

**Palabras clave:** Razonamiento estadístico, cultura estadística, profesor de matemáticas, estudio de casos, cualitativo.

## 1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el estudio y la profundización de métodos estadísticos se ha convertido en un factor indispensable en la promoción de habilidades para comprender e interpretar información cualitativa y cuantitativa. La capacidad para comprender esta información permite que las personas puedan tomar decisiones basadas en datos de diferentes tipos referidas por ejemplo a encuestas políticas, rendimiento educativo, proyecciones económicas, impacto de productos, publicidad, efectividad de medicamentos, entre otros (Ciancetta, 2007; Engel, 2017; OECD, 2019).

Diversos estudios han destacado la importancia de desarrollar habilidades para comprender y analizar información estadística en distintos ámbitos de la vida social y educativa. En este sentido, la alfabetización estadística se ha vuelto un aspecto clave para interpretar datos, evaluar información y tomar decisiones informadas (Gal, 2002; Engel, 2017). Estas habilidades resultan especialmente relevantes en contextos donde la información cuantitativa se presenta de manera frecuente y requiere ser analizada de forma crítica. (Gal, 2002). Esto plantea el desafío de enseñar a razonar estadísticamente y de entregar a los ciudadanos conocimientos básicos para comprender datos en la sociedad de la información, de modo que puedan extraer conclusiones, evaluar la información y tomar decisiones informadas (Engel, 2017).

En la actualidad, la capacidad de interpretar, analizar y utilizar información para tomar decisiones informadas es esencial en la vida personal y profesional (Gal, 2002; OECD, 2019). Esto va más allá del análisis de gráficos y la interpretación de cifras, pues también implica desarrollar un razonamiento estadístico que permita comprender fenómenos y formular conclusiones fundamentadas en datos. Este proceso es clave para la alfabetización estadística, que incluye la comprensión y comunicación de datos, el uso de estadísticas y la interpretación de gráficos, contribuyendo a la formación de ciudadanos críticos e informados (Engel, 2017; Gal, 2002).

Dada la necesidad de formar a una ciudadanía crítica y generar formas de razonamiento, es que diversos sistemas educativos, a través de sus lineamientos curriculares, (e.g., Ministerio de Educación [MINEDUC], 2021; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) han incluido a la estadística desde los primeros niveles educativos, considerando la posibilidad de formar desde las primeras edades de manera progresiva. Esta situación no es azarosa, diversas investigaciones (Gal, 2002; Garfield y

Ben-Zvi, 2008; Peñaherrera et al., 2021) han mostrado que la estadística es considerada por estudiantes y profesores como un área donde se enfatiza el uso de fórmulas y el trabajo procedimental, priorizando la memorización para la resolución de problemas estadísticos (Peñaherrera et al., 2021; Sánchez-Acevedo y Ruiz, 2025). A partir de los trabajos que han evidenciado este sesgo, Ben-Zvi y Garfield (2004) resumen estos aspectos en tres áreas:

- Los estudiantes y profesores consideran que hacer estadística es lo mismo que hacer matemática, centrandose en su aplicabilidad y énfasis en los números, fórmulas, procedimientos y cálculos.
- Los estudiantes y profesores manifiestan complejidades con los datos y la forma de presentación desordenada.
- Los estudiantes y profesores no seleccionan procedimientos estadísticos apropiados, dado que no consideran la relevancia de contexto desde donde emergen los datos, dado que, debido a su experiencia creen suficiente con dar una respuesta.

Lo anterior no es de extrañar, dado que varios currículos, como también investigaciones, han dado cuenta del reduccionismo de las tareas, tanto para enseñar estadística como para aprenderla (De Vetten et al., 2018; 2025; Sánchez-Acevedo, 2024), siendo reducido a tareas organizadas en torno a conjuntos reducidos de datos, análisis descriptivo de gráficos, cálculo de estadísticos sin mayor interpretación (p.e. medidas de centro, de dispersión, percentiles, etc.), lo que limita el desarrollo del razonamiento estadístico, tanto en la planificación de la enseñanza, como en su implementación, y por consecuencia, el desarrollo de ciudadanos alfabetizados estadísticamente.

Batanero (2000) señala la importancia de formar a los profesores para la enseñanza de la estadística, dotándolos de conocimientos y habilidades que les permitan diseñar actividades desafiantes, con una intención clara y coherente para desarrollar el razonamiento estadístico en los estudiantes. Cuando los docentes son conscientes del propósito de sus decisiones de enseñanza, pueden aumentar la demanda cognitiva de las tareas y favorecer una mejor gestión del aula. Esto repercute directamente en la comprensión de los estudiantes sobre fenómenos vinculados a la incertidumbre y en su capacidad para analizar datos, hacer inferencias, evaluar información y tomar decisiones fundamentadas.

Tanto la necesidad de formar a profesores en la enseñanza de la estadística, como construir aprendizajes en los estudiantes ha llevado a organismos e investigadores a

proponer y difundir la educación estadística de manera masiva, y que se diversifique en los diferentes niveles educativos (NCTM, 2000; Wild & Pfannkuch, 1999; Franklin et al., 2005). Estos organismos, a partir de diferentes investigaciones han mencionado que para la enseñanza y el aprendizaje de la estadística es necesario diseñar clases bajo la idea situada del contexto, donde los estudiantes tengan la posibilidad de recolectar datos reales y con sentido para ellos mismos a partir del contexto y los datos, que los análisis privilegien un énfasis en la exploración más que en la descripción de los datos, el cálculo y las gráficas descontextualizadas.

Además, es importante que la recolección de datos reales esté basada en un contexto específico y en relación directa con el problema y las buenas preguntas estadísticas (Arnold y Franklin, 2021) que se deben responder para tomar decisiones, lo cual ayuda al desarrollo del razonamiento y el pensamiento estadístico de los estudiantes, dando importancia a la estadística como ciencia de datos.

No obstante, una transición en los mecanismos de enseñanza de la estadística en las escuelas depende en gran medida del conocimiento de los profesores de matemáticas, pero con foco en estadística, es decir, que promueva la comprensión de ideas estadísticas elementales, profundizando en la comprensión conceptual, y promoviendo el desarrollo del pensamiento y razonamiento estadístico, y de que los profesores sean conscientes de la importancia de la estadística (Makar, 2004) y su enseñanza para la construcción de ciudadanos críticos y alfabetizados (Martínez-Castro et al., 2023).

### **1.1. Antecedentes sobre el razonamiento estadístico**

El desarrollo del razonamiento estadístico en el aula no es una tarea trivial, pues requiere un cambio de paradigma en el pensamiento de los profesores que enseñan esta disciplina en relación con sus concepciones, creencias, métodos de evaluación, recursos de enseñanza, entre otros. Lo anterior tiene una relación directa con las constantes y dinámicas reformas que se han realizado a nivel curricular, las cuales en muchos casos se desalinean de los conocimientos que tienen los profesores, los cuales deben ser amplios, tanto en términos disciplinares como didácticos (Groth, 2017; Reading y Canada, 2011).

Para Groth (2017), el conocimiento de la estadística disciplinar no es lo mismo que el conocimiento necesario para enseñarla, ya que los profesores deben ser capaces de hacer comprensibles las ideas estadísticas durante la enseñanza. Por esto, requieren un conocimiento específico y formas particulares de razonar para guiar el aprendizaje (Groth y Bergner, 2013).

Diversas investigaciones han mostrado limitaciones en este ámbito. Por ejemplo, García-García et al. (2020) encontraron dificultades en profesores de distintos niveles educativos para interpretar medidas estadísticas y conectar conceptos. Del mismo modo, Chia-Shih y Marchant (2021) evidenciaron que futuros profesores presentan problemas para relacionar procedimientos con significados y para argumentar con base en datos. Estas limitaciones se

observan tanto en profesores en formación como en profesores en ejercicio, y se relacionan con cómo comprenden los estudiantes las ideas estadísticas y cómo adquieren herramientas de razonamiento en el contexto de la estadística.

En el contexto de profesores de matemática en formación, uno de los trabajos en el contexto del razonamiento estadístico es el de Ghassaniy et al. (2023), quienes llevaron a cabo una investigación con 32 profesores en formación de Matemática de cuarto semestre. Evidenciaron que los profesores no logran extraer conclusiones a partir de los datos, medidas de centro y dispersión. No logran interpretar la desviación típica, y son las experiencias personales o creencias subjetivas las que afectan el razonamiento estadístico. A partir de esto, se tiene que todos ellos se focalizan en aspectos algorítmicos y procedimentales para resolver los problemas; además, resuelven bien diferentes cálculos, pero no comprenden tales conceptos, por lo que no pueden concluir en los resultados.

García-García et al. (2020) caracterizaron el razonamiento estadístico de profesores de Matemática de distintos niveles educativos utilizando la taxonomía SOLO. Se encontraron niveles preestructurales y uni-estructurales, con respuestas frecuentemente influenciadas por sesgos de equiprobabilidad y perspectivas personales. Chia-Shih y Marchant (2021) exploraron el razonamiento estadístico en profesores de Matemática de enseñanza básica, encontrando que éstos tenían dificultades para comprender los conceptos estadísticos en pruebas de hipótesis, relacionar un concepto con otro, como tampoco manejaban el lenguaje básico estadístico y dificultades en la argumentación.

Mulligan et al. (2023) llevaron a cabo una investigación de aprendizaje interdisciplinario de matemáticas y ciencias (<https://imslearning.org/>) cuyo objetivo fue desarrollar el modelado de datos y el razonamiento estadístico. Por medio de un estudio longitudinal, se utilizó una metodología basada en el diseño, en la que participaron profesores y estudiantes de 1.º a 6.º grado. El trabajo consistió en desarrollar, implementar y refinar un ciclo pedagógico de cuatro etapas basado en el planteamiento de problemas, la generación de datos, la organización, la interpretación y el razonamiento sobre los datos por parte de los estudiantes. A partir de la implementación del proyecto en los primeros años, algunas conclusiones remarcan que una pedagogía interdisciplinaria, centrada en la representación, puede favorecer el desarrollo del modelado de datos y del razonamiento estadístico desde edades tempranas, tanto en profesores como en estudiantes.

Tanto las dificultades de razonamiento estadístico que manifiestan los profesores, como su conocimiento se puede sintetizar en lo que plantea Zapata-Cardona (2023), en que las trayectorias en la formación de los profesores para la enseñanza de la estadística suelen tener una formación tanto disciplinar como didáctica que es limitada, lo que dificulta su comprensión de los conceptos estadísticos y la movilización del razonamiento estadístico.

### **1.2. El razonamiento estadístico en las directrices curriculares de Chile**

En el ámbito educativo el MINEDUC (2021) proporciona una estructura curricular que incluye contenidos y habilidades para el aprendizaje de los estudiantes. En este contexto, los lineamientos curriculares (Bases curriculares y programas de estudio) se organizan en torno a cuatro ejes fundamentales: Números, Álgebra y Funciones; Geometría; y Probabilidad y Estadística. Particularmente, el eje de Probabilidad y Estadística se enfoca en que los estudiantes, desde 7° básico hasta 4° medio adquieran habilidades para razonar estadísticamente, permitiéndoles analizar datos, realizar inferencias y tomar decisiones fundamentadas en evidencia (MINEDUC, 2021).

Para los niveles de 7° básico a 2° medio, el objetivo es que los estudiantes comprendan conceptos como las medidas de tendencia central, el rango y el uso adecuado de gráficos para representar datos, desarrollando una actitud crítica frente a la información estadística. Esto incluye la capacidad de detectar manipulaciones en gráficos y utilizar herramientas estadísticas para realizar análisis de datos, como las reglas de probabilidad o el uso de software educativo. El MINEDUC (2021), en su propuesta curricular electiva propone objetivos en un curso denominado *Estadística descriptiva e inferencial para 3° y 4° medio*, cuyo enfoque se centra en el razonamiento estadístico aplicado a situaciones de incertidumbre, con el fin de integrar el estudio de probabilidades y estadística en contextos sociales y científicos. A partir de estos temas y objetivos, los profesores deben diseñar la enseñanza para promover el razonamiento y pensamiento estadístico de los estudiantes a partir del análisis de datos, la interpretación crítica de gráficos y la aplicación de probabilidades en contextos reales, potenciando la capacidad reflexiva y crítica que trasciende el aula.

En coherencia con el párrafo anterior, estas consideraciones permiten contextualizar la evidencia empírica que se presenta a continuación. Es posible notar que se han realizado investigaciones en el contexto del razonamiento estadístico de profesores de educación básica (primaria) y, en menor medida, de profesores de matemática de educación media (secundaria), mostrándose en ambos casos un razonamiento limitado sobre conceptos estadísticos básicos y un énfasis en los aspectos procedimentales y algorítmicos de la estadística, lo que evidencia la necesidad de mayor investigación sobre el razonamiento estadístico del profesor de matemática en este nivel educativo.

Con base en lo anterior, el objetivo de esta investigación es identificar y caracterizar los niveles de razonamiento estadístico que evidencian dos profesores de matemática enseñanza media.

## 2. ENFOQUE TEÓRICO

En este trabajo se integran dos perspectivas teóricas. En este sentido, nos aproximamos no solo al razonamiento estadístico (Garfield y Gal, 1999) de profesores de matemáticas, sino que, además, dotamos de niveles a cada componente del razonamiento, por medio de la Taxonomía SOLO (Biggs y Collins, 1982).

### 2.1. Razonamiento Estadístico

La idea de razonamiento estadístico, tal como lo plantean Garfield y Gal (1999), tiene diferentes acepciones, pero no divergentes. En este sentido, es posible considerar, de manera general, al razonamiento estadístico como aquellos mecanismos mediante los cuales las personas razonan y dan sentido a la información utilizando ideas estadísticas. Este tipo de razonamiento no incluye solo el análisis de los datos disponibles, sino también la interpretación de los procesos que permiten llegar a conclusiones y generalizaciones a partir de los datos. Ben-Zvi y Garfield (2004) añaden que el razonamiento estadístico implica la capacidad de explicar e interpretar los procesos y resultados estadísticos, conectando conceptos como el centro y la dispersión, y combinando ideas relacionadas con los datos y el azar.

Considerando los cambios que han ocurrido en la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, reflejados en documentos como el *Principles and Standards for School Mathematics* del NCTM (2000) y las Bases Curriculares del MINEDUC (2021), así como la necesidad de promover el razonamiento estadístico en el aula, en este trabajo adoptamos la propuesta de razonamiento estadístico de Garfield y Gal (1999), la cual busca orientar a los estudiantes en el desarrollo de estas habilidades. Dicha propuesta se organiza en seis componentes:

- **Brindar a los estudiantes oportunidades para trabajar con datos reales**, lo que implica resolver problemas de interés o plantear problemas propios que requieran seguir los pasos de una investigación estadística. Hacer que los estudiantes tomen decisiones respecto a la recopilación, codificación y análisis de datos y justifiquen estas decisiones.
- **Proporcionar a los estudiantes, a partir de la comunicación, espacios para que vayan más allá de los datos y expliquen los procesos**, para lo que se requiere una comunicación escrita u oral como una parte regular de la resolución de problemas estadísticos. Promover que los estudiantes vayan más allá de dar una respuesta, es decir, que expliquen el proceso y cómo se interpreta el resultado.
- **Apoyar a los estudiantes en la toma de conciencia de su razonamiento**, lo que implica solicitar a los estudiantes que discutan diferentes soluciones a problemas estadísticos, comparando sus interpretaciones, suposiciones y explicaciones.
- **Promover el uso de tecnologías**, permitiendo a los estudiantes que puedan administrar y explorar datos, de modo que puedan concentrarse más en el razonamiento y menos en los cálculos y construcciones.
- **Permitir que los estudiantes hagan predicciones, inferencias y las prueben**, lo que implica tomar conciencia y confrontar conceptos erróneos y razonamientos defectuosos.
- **Construir sobre el conocimiento previo de los estudiantes o el conocimiento del contexto**, permitiendo que los estudiantes sean capaces de construir relaciones apropiadas con este conocimiento a medida que lo amplían y lo aplican a nuevas situaciones, que de acuerdo con lo planteado por Garfield y Ben-Zvi (2008), avanzar desde enfoques centrados en procedimientos hacia el desarrollo del razonamiento estadístico requiere poner el énfasis en la

comprensión conceptual, la interpretación de datos y la toma de decisiones informadas.

Con estas ideas, que ayudan a los estudiantes a desarrollar su razonamiento, se da sentido a la búsqueda de explicaciones en relación con conceptos estadísticos interconectados y no de manera aislada a partir de fenómenos cotidiano. Por ejemplo, al realizar predicciones teniendo en cuenta la estructura y aleatoriedad.

## 2.2. Taxonomía SOLO

Existen diversas taxonomías que permiten identificar y clasificar jerárquicamente el aprendizaje, como la de Marzano o la de Bloom, la que organizan los objetivos de aprendizaje según su especificidad, destacando su aplicación en propuestas curriculares centradas en habilidades del pensamiento. Sin embargo, la taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome, Biggs y Collins, 1982) se utiliza para evaluar la calidad del aprendizaje en distintos niveles educativos y se tiene como base para elaborar jerarquías de desarrollo de razonamiento.

Esta taxonomía se compone de cinco niveles de desarrollo cognitivo, los cuales, transitan desde una fase cuantitativa a una cualitativa que se describen a continuación:

1. **Preestructural:** El sujeto realiza la tarea, sin embargo, desvía la atención por un aspecto irrelevante o que no tiene ninguna relación con el conocimiento que se pretende desarrollar.
2. **Uniestructural:** El sujeto está enfocado en el dominio relevante y toma sólo un aspecto para trabajar.
3. **Multiestructural:** El sujeto considera cada vez más aspectos relevantes o características correctas, pero no los integra.
4. **Relacional:** El sujeto integra cada aspecto relevante con los otros, de manera que el todo tiene una estructura coherente y significado.
5. **Abstracto ampliado:** El sujeto generaliza el conocimiento adquirido en el nivel relacional, al considerar más y nuevas características abstractas, y representa el inicio de un ciclo superior.

Los niveles propuestos anteriormente que caracterizan y clasifican los aprendizajes, van desde lo más concreto a lo más abstracto. Es decir, que según Biggs y Collins (1982), los niveles Preestructural, Uniestructural y Multiestructural de la taxonomía SOLO reflejan un tratamiento aislado y reproductivo de la información (fase cuantitativa), mientras que los niveles Relacional y Abstracto ampliado implican un conocimiento más profundo (fase cualitativa). A continuación, la Figura 1 muestra el desarrollo cognitivo a través de estos cinco niveles y sus características.

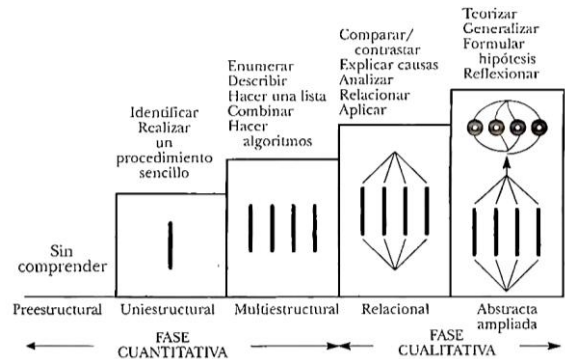


Figura 1. Niveles de la taxonomía SOLO (Biggs y Collins, 1982)

El uso de la taxonomía SOLO (Biggs y Collins, 1982) nos permite clasificar en niveles cognitivos los elementos de razonamiento estadístico propuestos (Garfield y Gal, 1999; Garfield y Ben-Zvi, 2008) evidenciados en los profesores, pues sin la taxonomía SOLO, estos no presentan una estructura jerárquica ni niveles diferenciados.

## 2.3. Articulación del razonamiento estadístico con la Taxonomía SOLO

Apoiados en la imbricación de estos dos elementos teóricos (Wedege, 2010), el razonamiento estadístico (Garfield y Gal, 1999) y la Taxonomía SOLO (Biggs y Collins, 1982), mostramos la articulación que es posible establecer entre ellas, y que hemos considerado para esta investigación y el objetivo propuesto (Figura 2).

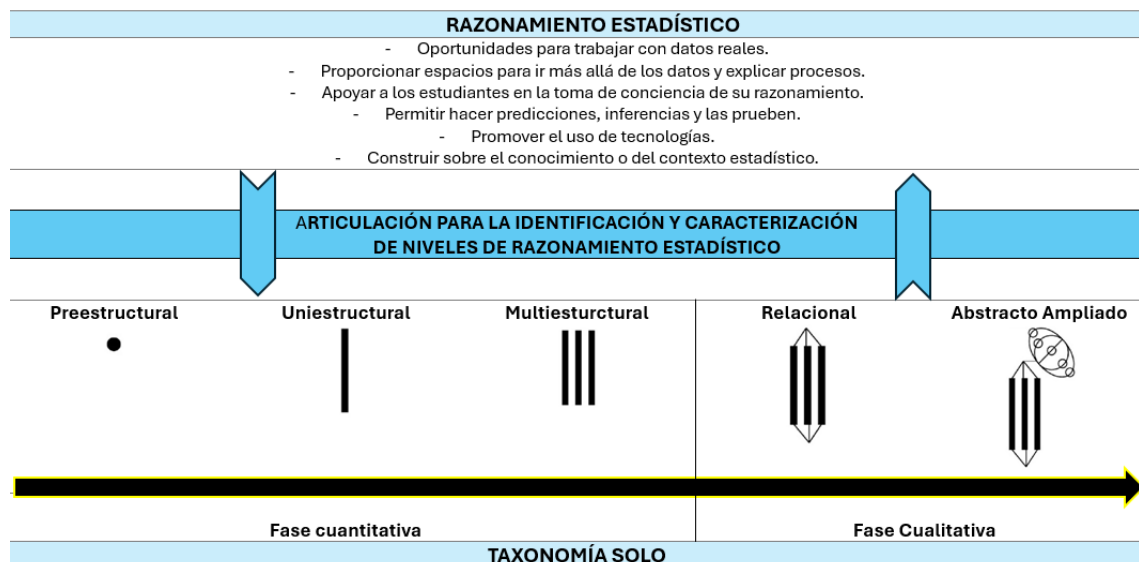


Figura 2. Articulación del razonamiento estadístico y la Taxonomía SOLO

De la Figura 2, se puede observar que el razonamiento estadístico (parte superior del modelo) nos aporta seis componentes que permiten comprender y caracterizar el razonamiento estadístico en contexto escolar, y con ello cuestionar sobre aquellas componentes que emergen a partir de algún contenido estadístico, pero limita la posibilidad de profundizar en la calidad de las componentes de razonamiento estadístico. Es así como la Taxonomía SOLO (parte inferior del modelo) provee niveles cognitivos para evaluar el aprendizaje, que en este contexto dota de profundidad a cada uno de los componentes del razonamiento estadístico.

Por ejemplo, la componente *proporcionar a los estudiantes, a partir de la comunicación, espacios para que vayan más allá de los datos y expliquen los procesos* da cuenta (a partir de acciones cognitivas) de elementos para establecer mecanismos inferenciales sobre características de la población, considerando los datos o estadísticas a la mano. Pero esta acción puede estar organizada de manera no relacionada (uniestructural) o relacionada entre diversos elementos inferenciales, basada en modelos y la estimación de parámetros (abstracto ampliado). Lo mismo se propone para las otras componentes. En consecuencia, proponemos esta articulación que nos permitirá analizar los datos de esta investigación de manera horizontal (razonamiento estadístico), así como vertical (Taxonomía SOLO) en cuanto a calidad y profundidad de las respuestas.

### 3. METODOLOGÍA

En este apartado se aborda el enfoque empleado y el diseño de investigación, junto con la caracterización del caso de estudio, el método de recolección de la información, el procedimiento de análisis a partir lo obtenido y el rigor científico del estudio.

#### 3.1. Enfoque de la investigación

El enfoque utilizado es cualitativo, que para Stake (2007), es percibido como una herramienta para recolectar datos sin medición numérica, como la observación de fenómenos o descripciones, señalando que este enfoque se distingue por su carácter adaptable, sistemático y crítico ante regularidades en el comportamiento de los actores educativos. En el contexto de esta investigación, nos centramos en la comprensión y caracterización de los niveles de razonamiento estadístico de profesores de matemáticas.

#### 3.2. Diseño y sujetos de la investigación

La investigación está orientada hacia el profesor de Matemática de enseñanza media, quien será considerado como un caso de estudio. Este caso permite “el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (Stake, 2007, p. 11). Consideramos el estudio de dos casos, que son dos profesores de Matemática de educación media (secundaria). El primer profesor tiene 34 años, 9 años de experiencia laboral y se graduó de una reconocida Universidad pública de Chile en 2016; es licenciado en Ciencias Exactas y Profesor de Matemática y Física. Además, cuenta con un diplomado en Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) otorgado por la misma universidad. El segundo profesor tiene 56 años, 29 años de experiencia laboral y se graduó en 1995 de profesor de Matemática y computación, también de una Universidad pública con trayectoria en formación de profesores. No posee perfeccionamientos o postgrado en el área. Ambos docentes fueron seleccionados por su disposición, buena voluntad y disponibilidad de acceso para aportar en la investigación.

#### 3.3. Recolección de datos

Para la recolección de la información se consideraron dos instrumentos de recogida de información. Una entrevista semidirectiva y un cuestionario de respuesta abierta (Díaz et al., 2013)

- La entrevista semidirectiva permite establecer una conversación diseñada con un propósito específico, que va más allá del simple acto de dialogar.
- El cuestionario de respuesta abierta permite formular preguntas que van dirigidas al sujeto de estudio, cuya finalidad es transformar las variables empíricas en preguntas que sean concretas y generen respuestas fiables y válidas. En este caso, el cuestionario de respuesta abierta consistió en una actividad con consignas específicas Para obtener información sobre los niveles de razonamiento estadístico de los profesores.

La actividad propuesta a los profesores es la que se presenta en la Figura 3:

En Estados Unidos, específicamente en la ciudad de Boston, se encuentra el destacado equipo de baloncesto, los Boston Celtics. Este equipo se distingue por la notable altura promedio de sus jugadores, superando a deportistas de otras disciplinas, dado que el aro al que deben encestar se sitúa a 3,08 metros del suelo. Dada la naturaleza del baloncesto como un deporte colectivo que requiere la creación de estrategias y tácticas grupales para un rendimiento óptimo, la posición y función de cada jugador en la cancha se convierten en aspectos clave. A continuación, se detallan las posiciones y estaturas de los integrantes de un equipo de baloncesto profesional.

POSICIÓN DEL JUGADOR	ESTATURA (METROS)
Jugador base	1,94
Escolta	2,01
Alero	2,07
Ala-pivot	2,04
Pivot	2,19

Función de las posiciones de un equipo de baloncesto

JUGADOR	FUNCIÓN	ALTURA (METROS)
BASE	Dirige y organiza el equipo en el partido	1,80 - 1,90
ESCOLTA	Es el mejor tirador	1,80 - 1,90
ALERO	Tiene la habilidad de adentrarse con la pelota hacia la canasta rival	2,00 - 2,05
ALA-PIVOT	Aprovecha su corpulencia para jugar cerca del aro	2,00 - 2,10
PIVOT	Se mueve cerca de la canasta haciendo tiros cortos	2,10

Nota: adaptado de Competize (2023)

Figura 1

Posición en el Baloncesto



Nota. Rescatado de Jugadores de básquet: escolta, base, alero, pivot, de COMPETIZE, 2023. COMPETIZE. <https://www.competize.com/blog/posiciones-baloncesto-escolta-base-alero-basquet/>

Figura 3. Actividad propuesta a los profesores relacionadas con el razonamiento estadístico y la Taxonomía SOLO

- A partir de la situación planteada, se le pide responder las siguientes preguntas:
- A) Considerando los datos del texto leído anteriormente, determine e interprete la moda, media y mediana de estatura de un equipo de básquetbol profesional y represente esta información:
- B) ¿Cuáles podrían ser las estaturas de los jugadores del equipo chileno? ¿Y del equipo de Venezuela? (La consigna apunta a una estimación basada en el contexto y el conocimiento previo, no a la búsqueda de datos reales).
  - B<sub>1</sub>) ¿En qué afectaría la estrategia del juego al incorporar un jugador de 2,06 metros al equipo? ¿Por qué? Argumenta las ventajas y desventajas que este jugador traería.
  - B<sub>2</sub>) Suponiendo que el equipo de Boston Celtics ha perdido dos años seguidos contra el equipo Toronto Raptors. El equipo Boston Celtics está en segundo lugar en la liga y el equipo Toronto Raptors en sexto lugar, pero aun así Boston Celtics no ha bajado de los mejores equipos de la NBA. ¿Qué motivos piensas que tenga este equipo para no bajar de los primeros lugares?
- C) Considera que eres el organizador de un torneo de basketball con equipos provenientes de diferentes países, conociendo las variabilidades en las alturas de los jugadores en las distintas ligas:
- D) ¿Cómo ajustarías las reglas del torneo para garantizar una competencia justa? Reflexiona sobre los posibles criterios o ajustes que podrías implementar considerando las diferencias en las estaturas promedio de los equipos participantes.
- E) Entre el equipo de la FIBA (Federación Internacional de Basketball), la selección chilena y el equipo de la NBA, Boston Celtics; Calcule e interprete la variabilidad de las estaturas de estos dos equipos ¿Piensas que esto influya en el ganador del partido?

A partir de la actividad propuesta y adaptada desde el MINEDUC (2021, p. 116), se ajustaron las preguntas con el propósito de incorporar elementos de razonamiento estadístico. Luego, como parte del proceso, el cuestionario fue resuelto desde una perspectiva disciplinar, identificando dichos elementos en cada pregunta y anticipando posibles respuestas. Este análisis permitió desarrollar una sensibilidad teórica (Glaser y Strauss, 1967) orientada a identificar y caracterizar los niveles de razonamiento estadístico de los profesores. En la Tabla 1 mostramos en qué elemento de razonamiento estadístico se esperaba recoger información en relación con cada una de las preguntas del cuestionario de respuesta abierta.

Tabla 1

Matriz de tributación de preguntas y elementos de razonamiento estadístico

Consignas y elementos de razonamiento a los que tributa	I	II	III	IV	V	VI
PREGUNTA A	x			x		
PREGUNTA B <sub>1</sub>	x	x		x	x	
PREGUNTA B <sub>2</sub>	x	x			x	x
PREGUNTA C					x	x
PREGUNTA D		x	x		x	
PREGUNTA E	x		x		x	x

La validación del proceso de construcción del instrumento y el análisis se realiza por medio de la triangulación de consenso entre expertos (Flick, 2007), la cual consideró un proceso interno (dos últimos autores de esta investigación) y un proceso externo, que consideró un experto en didáctica de la estadística con grado de doctor.

### 3.4. Análisis de la información

Una vez que se tiene el cuestionario desarrollado por los dos profesores, se transcriben sus respuestas para analizar los resultados. Las respuestas son puestas en una tabla con la siguiente estructura. A modo de ejemplo se muestra un fragmento de una respuesta:

1	La modificación de las estaturas las realicé utilizando
2	la linealidad del promedio, por lo que a cada estatura
3	le resté los valores que marcaban la diferencia con los
4	promedios...

En la columna izquierda se enumeran cada línea de la transcripción de las respuestas para tener un orden de cada profesor y lograr un análisis sistemático. Esto tiene la finalidad de identificar la fila de cada fragmento, facilitando el análisis, al referenciar solo la fila sin repetir el texto completo, utilizando la nomenclatura **L: [Inicio-Fin]**, donde

que representa la línea (**L**) desde donde inicia (**Inicio**) el fragmento L y donde termina (**Fin**) el mismo. Finalmente, para analizar las respuestas, primero se identifican el o los elementos de razonamiento estadístico, a partir de lo evidenciado en las respuestas de los profesores de acuerdo con lo que proponen Garfield y Ben-Zvi (2008), para posteriormente, clasificar cada respuesta de acuerdo con los niveles de la taxonomía SOLO (Biggs y Collins, 1982) en relación con su calidad y profundidad.

El proceso descrito da cuenta de una sistematización analítica para cumplir aspectos científicos de una investigación bajo un enfoque cualitativo. Para ello, hemos seguido los criterios de *veracidad*, *aplicabilidad*, *consistencia* y *neutralidad*, que proponen Rodríguez y Valldeoriola (2001). Estos criterios garantizan la validez tanto de los instrumentos que se utilizaron en la recolección de datos, como en los resultados obtenidos y el análisis posterior, mediante metodologías sólidas, coherencia en el procesos y calidad interpretativa en los resultados.

#### 4. RESULTADOS

En este apartado se presentan las respuestas obtenidas a partir del cuestionario de respuesta abierta aplicado a dos docentes. Con base en estas respuestas, se realiza un análisis individual que permite interpretar los resultados y caracterizar los niveles de razonamiento estadístico evidenciados. Asimismo, se incluyen tablas de sistematización de los datos analizados: una que muestra los elementos de razonamiento estadístico identificados en las respuestas y otra que presenta los niveles de razonamiento estadístico correspondientes a cada una de ellas.

##### 4.1. Razonamiento estadístico del profesor 1

A) A partir del procedimiento algebraico observado en la pregunta A del profesor 1, entrega la siguiente respuesta (Figura 4) y lo complementa con un gráfico de barras:

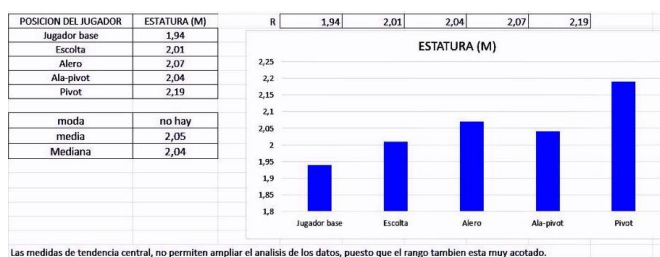


Figura 4. Respuesta entregada por el profesor 1 y el gráfico realizado

A partir de la respuesta proporcionada en la pregunta A, evidenciamos que el profesor que se manifiestan los elementos **I** y **IV** razonamiento estadístico. El elemento **I** se identifica cuando utiliza las estaturas (M) de los jugadores de baloncesto. Sin embargo, aunque se observa este elemento, no se refleja de manera completa, ya que sólo trabaja con los datos reales proporcionados en el contexto de la actividad, pero sin buscar información adicional. Por otro lado, el elemento **IV** se manifiesta al utilizar un software como Excel para generar el gráfico, permitiéndole reducir cálculos y centrarse en su interpretación. Aunque se consideran diversos aspectos, como gráficos, interpretación

y trabajo algebraico, estos no se integran de manera efectiva en el contexto planteado, dando cuenta de un nivel *Multiestructural* de razonamiento estadístico a partir de su respuesta.

B<sub>1</sub>) Con base en el contexto de la pregunta sobre el promedio de altura de la selección chilena y venezolana en baloncesto de alta competencia, el profesor realizó las siguientes tablas (Figura 5), calculando la media aritmética en ambos casos (*La información presentada corresponde a una estimación construida por el profesor a partir de la consigna y no a datos explícitos del instrumento*).

Equipo Chileno	
Posición del jugador	Estatura (m)
Jugador base	1,99
Escolta	1,93
Alero	1,95
Ala-pivot	1,89
Pivot	1,89
<b>Media</b>	<b>1,93</b>

Figura 5. Representación tabular realizada por el profesor 1

A continuación, el profesor realizó la misma tabla (Figura 6), pero con las estaturas del equipo venezolano:

Equipo venezolano	
Posición del jugador	Estatura (m)
Jugador base	2,05
Escolta	1,95
Alero	1,99
Ala-pivot	2,04
Pivot	1,89
<b>Media</b>	<b>1,97</b>

Figura 6. Representación tabular realizada por el profesor 1

A partir de la respuesta obtenida en la pregunta B<sub>1</sub>, se puede evidenciar el elemento **I** de razonamiento estadístico en el profesor, lo que se da al usar el software Excel para calcular la media de las estaturas de ambos equipos, obteniendo el promedio correcto. No obstante, no se observa que relacione ni reflexione sobre los datos dados en el contexto de la actividad, específicamente con relación a las estaturas promedio de un equipo de baloncesto. Por lo tanto, la respuesta da cuenta de un nivel de razonamiento estadístico *Uniestructural*.

B<sub>2</sub>) El profesor realiza la siguiente interpretación sobre el efecto que causaría el integrar a un nuevo jugador al equipo de 2,06 metros de altura. Además de eso, indica las ventajas y desventajas que este cambio generaría en el equipo. Esto se muestra en la respuesta que da el profesor a la pregunta B<sub>2</sub>:

1	En términos estrictamente estadísticos, afecta la media,
2	ya que, se ve aumentada. Aunque no supera la media del
3	equipo venezolano. Las ventajas que podría traer este
4	nuevo jugador dependerían del lugar donde fuera
5	colocado y si efectivamente aportará a mejorar al
6	equipo. Respecto, de las desventajas, dejarse llevar solo
7	por el dato numérico puede presentar una
8	desmotivación para el equipo chileno.

En la respuesta obtenida en la pregunta B<sub>2</sub>, evidenciamos de la respuesta del profesor la presencia de los elementos **V** y **VI**. El elemento **V** se identifica en la L: [6-8], donde el profesor asocia el resultado a una variable estadística distinta a la media, la cual relaciona al estado anímico, lo que refleja un razonamiento limitado en cuanto a la pregunta. Por otro lado, el elemento **VI** se evidencia en la L: [2-4], ya que, al considerar las posiciones de los jugadores mencionados en el contexto de la actividad, el profesor 1 lo asocia a conocimientos previos y/o experiencias personales, afirmando esto en L: [5-8], donde menciona si el jugador aportará o no, lo cual no es mencionado en el contexto del cuestionario. La respuesta del profesor 1 se clasifica en un nivel de razonamiento estadístico Multiestructural, ya que describe la manera en que la estatura del nuevo jugador podría afectar, ofreciendo una conclusión generalizada. Sin embargo, no logra relacionar ni analizar por completo los datos en el contexto de la actividad.

C) A partir de la pregunta C, el profesor responde lo siguiente, que, desde su perspectiva, se plantea acerca de por qué el equipo de Boston Celtics sigue estando en los primeros lugares de la liga a pesar de perder dos años seguidos contra el equipo Toronto Raptors (La respuesta del profesor se construye a partir de inferencias y supuestos personales derivados del contexto planteado, no de información explícita entregada en la actividad). En el fragmento siguiente mostramos lo que el profesor 1 respondió.

1	Vivimos en un mundo en donde solamente manda el
2	resultado. Las decisiones de un entrenador por
3	mantener la capacidad técnica a veces dependen del
4	resultado, en la <i>mayoría de las veces estas decisiones</i>
5	<i>se evalúan solamente por un resultado que el equipo</i>
6	<i>Boston haya perdido 2 años seguido no ha significado</i>
7	<i>que descienda o que le contrincante también haya</i>
8	<i>subido o mejorado sus resultados.</i> El método de
9	evaluación medible genera expectativas o mejora el
10	valor esperado de la posición del equipo. La utilización
11	del resultado aislándolo de otros <i>genera algoritmos</i>
12	<i>que no siempre obedecen a una lógica de rendimiento</i>
13	<i>de un equipo</i> cómo es el caso del Boston Celtics. Los
14	motivos de por qué no baja de posición el Boston
15	Celtics tiene que ver entonces con los resultados de los
16	otros equipos en competencia de cómo fue compuesta
17	la tabla de posiciones no podemos considerar sólo el
18	promedio o mejor dicho la medida de tendencia central
19	para explicar cómo se fueron moviendo los resultados.
20	Se podría analizar si conociéramos el total de puntos
21	en disputa o el rango en fin manejar más datos tal vez
22	de esa forma se puede pronosticar o proyectar un
23	resultado, el resto cae en una mera especulación más
24	explicada a partir de fanatismos que se alejan de una
25	explicación más estadística.

En la respuesta obtenida en la pregunta C, se evidencian los elementos **I**, **II**, **V** y **VI**. Específicamente, el elemento **I** se evidencia cuando el profesor analiza los datos y estipula datos de la vida real. El elemento **II** se manifiesta en la L: [4-8;20-25], ya que, analiza la información para ir más allá de los datos que se entregan y explicando procesos de forma escrita. El elemento **V** se evidencia al señalar que “genera algoritmos que no siempre obedecen a una lógica de

rendimiento de un equipo”, lo que implica una confrontación a conceptos erróneos que puedan existir. Finalmente, el elemento **VI** se evidencia en la aplicación de conocimientos adquiridos previamente, relacionándolos apropiadamente al contexto de la actividad. Además, el profesor reflexiona con base al contexto y la información obtenida de otras fuentes, formulando hipótesis sobre cómo influye la posición de los Boston Celtics para mantenerse dentro de los primeros lugares. A partir de esto, la respuesta del profesor 1 se encuentra en un nivel *Abstracto Ampliado* de razonamiento estadístico.

D) El profesor explica cómo garantizaría que la competencia del torneo que está organizando fuera justa, estableciendo las siguientes reglas:

1	Bueno dada esta realidad, se podrían ajustar las reglas
2	del torneo considerando la medida de tendencia central
3	en este caso la media y la mediana y así tratar de
4	encontrar los datos que tiendan a estar en el centro por
5	una parte y a partir de esos resultados tal vez
6	considerar también la dispersión puntualmente el
7	rango. Todo ello, con la finalidad de establecer alguna
8	especie de intervalos para agrupar las características de
9	a lo menos 2 grupos que se puedan ver enfrentados en
10	una final. Y en algunos torneos de alta competencia en
11	el fútbol se usan estos criterios que permiten editar que
12	los promedios se distribuyan en forma más igualitaria y
13	considerando el sesgo de equiparar características de
14	los equipos. Sabemos que la estadística es una
15	herramienta válida coma en la predicción de cierto
16	campo de resultados, aunque no siempre, se da con
17	exactitud esta lógica matemática.

A partir de la respuesta obtenida en esta pregunta por el profesor 1, se evidencian los elementos **II**, **III** y **V**. El elemento **II** y **III** se manifiesta en la L: [1-4; 15-17], donde argumenta su respuesta de manera escrita y se hace consciente del proceso que está realizando sobre el torneo y las diferencias de las estaturas promedio. El elemento **V** se evidencia en la L: [3-4; 10-11] al tomar conciencia y confrontar posibles conceptos erróneos. Finalmente, el sujeto de estudio logra establecer reglas del torneo, explicando y fundamentando sus causas, relacionando el promedio de las estaturas con los equipos, y mostrando capacidad de análisis y comparación logrando analizar y comparar. Sin embargo, no formula una norma que respalde un torneo equitativo basado en un análisis estadístico sólido. Por ello, su respuesta se clasifica en un nivel **Relacional**.

E) En profesor realiza las siguientes tablas (Figura 7), para calcular la variabilidad de las alturas del equipo chileno y del equipo de los Boston Celtics:

Equipo Boston Celtics		Equipo Chileno	
POSICION DEL JUGADOR	ESTATURA (M)	POSICION DEL JUGADOR	ESTATURA (M)
Jugador base	1,94	Jugador base	1,99
Escolta	2,01	Escolta	1,93
Alero	2,04	Alero	1,95
Ala-pivot	2,04	Ala-pivot	1,89
Pivot	2,19	Pivot	1,89
moda	no hay	Rango	0,1
media	2,05	media	1,93
Mediana	2,04		
Rango	0,25		

Figura 7. Representación tabular realizada por el profesor 1

Luego del cálculo realiza la siguiente interpretación respecto a la variabilidad obtenida en las estaturas de cada equipo:

1	La variabilidad es la medida que permite determinar la
2	dispersión de los datos, está claro, que únicamente
3	midiendo el rango se puede reconocer una diferencia
4	notoria de las alturas de los jugadores porque los
5	indicadores de tendencia central también se
6	diferencian, por lo tanto, el equipo del Boston Celtics
7	con un promedio de altura es de 2,05 y el equipo
8	chileno con 1,93 ya genera una diferencia a favor del
9	equipo norteamericano tanto en su pívot como en su
10	posición de alero. Aunque, no podemos afirmar
11	fehacientemente la superioridad como equipo
12	únicamente basándonos en estos datos numéricos, ya
13	que, hay otros atributos de carácter técnico, prácticos,
14	psicológicos que sin duda tiene un impacto en el
15	desarrollo técnico en el juego.

La respuesta obtenida en la pregunta E, se evidenciaron los elementos **I**, **III**, **IV** y **VI**. El elemento **I** y **III** se observan en la L: [10-15], donde se alude a que los estudiantes investiguen y justifiquen sus decisiones, analicen, trabajen con datos reales y realicen inferencias y predicciones. El elemento **IV** se evidencia cuando el profesor utiliza el software Excel para realizar cálculos, permitiéndole enfocarse en la interpretación de los resultados. El elemento **VI** se observa en la L: [8-12] al aplicar sus conocimientos previos, y lo aplica a nuevas situaciones en el contexto de la actividad. Finalmente, el sujeto logra calcular la varianza y determinar la variabilidad, contrastando estos resultados con una explicación y analizando su influencia en los equipos. Por lo mencionado, su respuesta se clasifica en el nivel **Relacional**.

Los elementos de razonamiento estadísticos evidenciados en cada respuesta del profesor son sintetizados en la Tabla 2 a continuación:

Tabla 2  
Elementos evidenciados en cada respuesta del profesor 1 y niveles taxonómicos alcanzados

Elementos de RI	I	II	III	IV	V	VI	Niveles
A	x			x			Multi-estructural
B <sub>1</sub>		x		x			Uniestructural
B <sub>2</sub>					x	x	Multiestructural
C	x	x			x	x	Abstracto ampliado
D		x	x		x		Relacional
E	x		x	x		x	Relacional

Nota. Elaboración propia

En las respuestas del profesor 1, en la pregunta A se esperaba evidenciar los elementos **I** y **IV**; en la pregunta B<sub>1</sub> se esperaba los elementos **I**, **II**, **IV** y **V**, de los cuales sólo se identificaron dos; en la pregunta B<sub>2</sub> se esperaba que el profesor manifestara los elementos **I**, **II**, **V** y **VI**, de los cuales se identificaron la mitad; en la respuesta a la pregunta C, D y E se esperaban los mismos elementos que fueron evidenciados en las respuestas del profesor. Las respuestas del sujeto revelan que, en las preguntas C y E, se evidencian más elementos de razonamiento estadístico en comparación

con las otras preguntas. Además, se observa una tendencia predominante en los niveles Multiestructural y Relacional. No obstante, en al menos una de las consignas analizadas, el profesor logra movilizar características propias del nivel Abstracto Ampliado de la taxonomía SOLO.

#### 4.2. Razonamiento estadístico del profesor 2

El profesor realiza el siguiente procedimiento a partir de lo solicitado en la consigna A:

$$A) \bar{x} = \frac{10,25}{5} = 2,05 \text{ m. Mediana: } 1,94-2,01-2,04-2,07-2,19 \rightarrow Me = 2,04 \text{ m}$$

A partir de este cálculo realizado por el profesor, procede a interpretar y realizar el siguiente gráfico (Figura 8):

La estatura promedio de los jugadores corresponde a 2,05 m. Al menos el 50% de los jugadores alcanza una altura de 2,04 m. La distribución de datos no presenta moda.

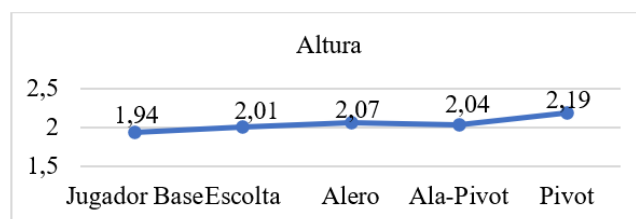


Figura 8. Respuesta entregada por el profesor 2 y el gráfico realizado

A partir de las respuestas entregadas en la pregunta A, se interpreta que se manifiestan los elementos **I**, **IV**, **V** y **VI**. El elemento **I** se evidencia cuando se calcula la media y la mediana, por ejemplo:

$$\bar{x} = \frac{10,25}{5} = 2,05 \text{ m, Mediana} = \{1,94; 2,01; 2,04; 2,07; 2,19\} \Rightarrow \tilde{x} = 2,04 \text{ m.}$$

No obstante, este elemento se identifica solo de manera parcial, ya que el análisis se realiza a partir de los datos proporcionados en la actividad y no se explicita la generación o el uso de datos propios más allá de la consigna. El elemento **IV** se observa en el uso de la herramienta Excel para la elaboración de un gráfico que representa la información. Por su parte, el elemento **VI** se evidencia cuando la respuesta se construye considerando el contexto de la actividad y aplicando conocimientos previos a una nueva situación.

Finalmente, se aprecia que se consideran diversos aspectos en la respuesta (uso de gráficos, interpretación y trabajo algebraico); sin embargo, estos no se integran de manera coherente en el contexto propuesto. Por ello, el nivel de razonamiento estadístico evidenciado corresponde a un nivel Multiestructural.

**B<sub>1</sub>)** El profesor crea la siguiente tabla con las alturas correspondientes a cada jugador y su posición en el equipo (Tabla 3), tanto para la selección chilena como venezolana:

Tabla 3  
Tabla de respuesta del profesor 2 por altura de cada jugador

Posición	Equipo Chileno (m)	Equipo Venezuela (m)
Base	1,82	1,86
Escolta	1,89	1,93
Alero	1,95	1,99
Ala-Pívot	1,92	1,96
Pívot	2,07	2,11
Promedio	1,93	1,97

Nota. Elaboración propia

A partir del cálculo realizado en Excel, el profesor realiza la siguiente interpretación:

1	La modificación de las estaturas las realicé utilizando
2	la linealidad del promedio, por lo que a cada estatura le
3	resté los valores que marcaban la diferencia con los
4	promedios que se mencionaban, de esta forma se
5	mantiene las relaciones establecidas entre cada postura
6	y la estatura esperada. Con respecto a la estatura para
7	Venezuela, la única diferencia es que sumé los 4 cm de
8	diferencia entre las estaturas promedios. La diferencia
9	entre las estaturas puede tener que ven con factores
10	entre alimentación u otros ambientales y la genética
11	propia de cada región. En el baloncesto la estatura
12	supone un rol fundamental en cada una de las
13	posiciones y con respecto al juego y estrategias
14	generales, por lo mismo, se espera que el equipo
15	chileno pueda enfrentar una mayor dificultad frente a
16	jugadores con una altitud mayor, tales como los de
17	Venezuela. No obstante, la estatura per se no es lo
18	único importante en este deporte, ya que se ha
19	demostrado que la habilidad de los jugadores puede
20	inclinarse la balanza mucho más que la altura.

A partir de la respuesta obtenida en la pregunta B<sub>1</sub>, se evidencian los elementos **II**, **III**, **V** y **VI**. El elemento **II** se evidencia en la L: [1-8], donde el profesor comunica por escrito la resolución del problema, justificando en la L: [17-20] que la estatura no es la única variable relevante en este deporte. El elemento **III** se observa en la L: [8-11], al interpretar, suponer y explicar el rol fundamental de la estatura, lo cual desarrolla más en la L: [8-9]. El elemento **V** se observa en la L: [18-20], al confrontar conceptos erróneos al afirmar que existe evidencia de que la habilidad puede ser más determinante que la altura. Finalmente, el elemento **VI** se ve evidenciado en L: [1-6;8-11] donde el profesor aplica conocimientos previamente adquiridos a una nueva situación y utiliza experiencias propias relacionadas con el baloncesto para enriquecer su argumentación. Se evidencia que el profesor considera varios aspectos y variables en su respuesta (interpreta y realiza trabajo algebraico), reflexionando con base al contexto y la información obtenida en otras fuentes y experiencias personales, formulando hipótesis entre las estaturas de los equipos de ambos países, por lo que la respuesta del profesor se posiciona en el nivel **Abstracto Ampliado**.

**B<sub>2</sub>)** El profesor explica, desde su punto de vista, cómo se incorporaría un nuevo jugador de 2,06 metros de altura al equipo, además, indica las ventajas y desventajas que este cambio generaría en el equipo:

1	Por cómo se distribuyen los roles en consideración a la
---	---

2	altura, a este jugador se le podría colocar en alguno de
3	los puestos donde se requiere una estatura mayor y que
4	son claves para el desempeño del equipo. También se
5	podría incorporar a este jugador en uno de los roles
6	donde la altura promedio es menor, y darle más
7	oportunidades de dominar dicha posición. Creo que la
8	ventaja o desventaja de este jugador no tienen tanto
9	que ver con su altura, sino más bien con su habilidad,
10	pero solo basándose en su estatura, puede suponer una
11	disminución de la brecha frente a equipos con mayores
12	promedios de altitud, lo que aumentaría las
13	posibilidades de victoria en los partidos. No observo
14	desventajas considerando solo el criterio de altura,
15	pero si se presentará un aumento en la desviación
16	estándar de los datos. El aumento podría ser mayor o
17	menor, dependiendo de cuál jugador del equipo sea
18	reemplazado por el nuevo.

A partir de la respuesta obtenida en la pregunta B<sub>2</sub>, se evidencian los elementos **II**, **III**, **V** y **VI**. El elemento **II** se evidencia en la L: [10-18], donde el profesor justifica su respuesta de forma escrita, mencionando en la L: [16-18] que la decisión también depende del jugador que se reemplace. El elemento **III** se observa en la L: [7-9], al señalar que, más allá de la altura, la habilidad es lo más importante, y en la L: [13-16] al ir más allá del criterio de la altura y menciona el aumento de la desviación estándar. El elemento **V** se evidencia en la L: [7-9], al contradecir el argumento centrado en la altura y contrastarlo con la habilidad que tendrá el nuevo jugador. Por último, el elemento **VI** se evidencia en la L: [2-6], al proponer no sólo integrar a un jugador alto, sino también considerar a uno de baja estatura, ofreciendo oportunidades a ambas estaturas para mejorar el equipo y relacionando esta propuesta con el contexto dado de la actividad. Para concluir, el sujeto va más allá y analiza el cambio de las estaturas del equipo con jugadores de mayor y menor estatura, genera hipótesis sobre la mejor posición del nuevo jugador en el equipo. Además, entrega las ventajas y desventajas al integrar al nuevo jugador al equipo, dejándolo en el nivel **Abstracto Ampliado**.

**C)** A partir de la pregunta, el profesor realiza el siguiente análisis que, según su perspectiva, explica por qué el equipo de Boston Celtics sigue estando en los primeros lugares de la liga a pesar de perder dos años seguidos contra el equipo Toronto Raptors:

1	Existen varios motivos que puedo atribuir a un mejor
2	rendimiento en dicho campeonato, tales como: <i>Mejor</i>
3	<i>inversión en personal y recursos, estado emocional de</i>
4	<i>los jugadores del equipo (presión ante la derrota</i>
5	<i>frente al mismo equipo), una menor variabilidad en las</i>
6	<i>estaturas de los jugadores y un promedio mayor.</i>
7	<i>Podrían ser varios más, pero creo que faltan</i>
8	<i>antecedentes para poder realizar afirmaciones sobre</i>
9	<i>el desempeño de ambos equipos, además, tampoco se</i>
10	<i>puede establecer una correlación entre las dos</i>
11	<i>derrotas y la superioridad de un equipo, ya que asumo</i>
12	<i>que el promedio de partidos ganados al año es muy</i>
13	<i>superior en los Celtics.</i>

En la respuesta obtenida en la pregunta C, se evidenciaron los elementos **I**, **II**, **III**, **IV**, **V** y **VI**. El elemento **I** se

evidencia en la L: [2-5], donde el profesor menciona variables reales que influyen en el desempeño de los equipos deportivos. El elemento **II** se evidencia en la L: [9-11] al explicar por qué establecería una correlación con las derrotas. Los elementos **III** y **V** se evidencian en la L: [11-13], al afirmar que “el promedio de partidos ganados al año es muy superior en los Celtics”, mostrando conciencia e infiriendo posibles soluciones vinculadas al rendimiento del equipo. El elemento **VI** se manifiesta al construir su respuesta con base en el contexto del cuestionario y complementarla con la información obtenida a partir de conocimientos previos o de una búsqueda en internet. Finalmente, el elemento **IV** se hace presente al promover el uso de tecnologías, además como se evidencia en el planteamiento y análisis realizados. Para concluir, el sujeto reflexiona en base al contexto y la información obtenida en otras fuentes, formula hipótesis de cómo influye la posición que mantiene el Boston Celtics dentro de los primeros lugares, su respuesta se posiciona en el nivel **Abstracto Ampliado**.

**D)** El profesor explica cómo garantizaría que la competencia del torneo que está organizando fuera justa, estableciendo las siguientes reglas:

1	Asumiendo que la estatura es un criterio fundamental
2	para el basketbol y que es más importante que la
3	habilidad, crearía categorías para realizar los partidos,
4	es decir, crearía campeonatos donde los equipos se
5	enfrentaran a otros de similar estatura, e incluso
6	realizar fichajes bajo modalidad de que el equipo
7	ganador puede seleccionar a un jugador del equipo
8	perdedor para incluirlo en su nómina. Otra medida es
9	ajustar también las estaturas de los equipos
10	considerando su desviación estándar, ya que la idea es
11	que tengamos jugadores cercanos al promedio de
12	estatura y no equipos con estaturas extremas.

En la respuesta obtenidas en la pregunta D se evidenciaron los elementos **II**, **III**, **V** y **VI**. El elemento **II** se manifestó en la L: [1-3], ya que, asume que existen otros criterios fundamentales en el básquetbol. El elemento **III** se evidencia cuando el profesor hace suposiciones en la L: [8-10], donde supone otras medidas para las estaturas del equipo. El elemento **V** se manifiesta en la L: [6-8], ya que, propone el “realizar fichajes bajo modalidad de que el equipo ganador puede seleccionar a un jugador del equipo perdedor para incluirlo en su nómina”, realizando predicciones de cómo podría resultar positivamente esta propuesta. En la L: [1-4] se manifiesta el elemento **VI**, debido a que, va más allá de los datos entregado en el contexto del cuestionario y hace alusión de que la habilidad es más importante que la estatura. Para finalizar, el sujeto de estudio logra realizar las reglas del torneo formulando una clasificatoria según las habilidades de cada equipo y va más allá de sólo generar estas reglas, generalizándolas para todos los equipos del torneo y creando hipótesis sobre qué pasaría con las nuevas reglas, por lo que su respuesta de clasifica en un nivel **Abstracto Ampliado**.

**E)** El profesor comenzó realizando el siguiente trabajo algebraico para calcular la variabilidad de la altura del equipo chileno y del equipo Boston Celtics:

1	$\bar{x}_{Boston} = 2,05 \text{ m}$ $\sigma = 0,082 \text{ m}$ (8,2 cm)
2	→ Intervalo: 1,968 a 2,132 m
3	$\bar{x}_{selección inventada} = 1,93 \text{ m}$ $\sigma = 0,0082 \text{ m}$ (8,2 cm)
4	→ Intervalo: 1,968 a 2,132 m

A continuación, el profesor realiza la siguiente interpretación a partir de la variabilidad obtenida en las alturas de ambos equipos:

5	En ambos casos, la variabilidad se mantiene constante,
6	ya que para inventar las estaturas de los jugadores de la
7	selección chilena utilicé la propiedad de linealidad del
8	promedio, por lo que la desviación estándar no se ve
9	modificada.

En la respuesta obtenida en la pregunta E, se evidenciaron todos los elementos de razonamiento estadístico (**I**, **II**, **III**, **IV**, **V** y **VI**). El elemento **I** se refleja en la L: [5-7], donde el profesor trabaja con datos reales. El elemento **II** se evidencian en la L: [1-9], ya que el profesor no solo analiza y justifica su decisión basándose en datos reales, sino que también incorpora información adicional a la proporcionada en la actividad. Los elementos **III**, **V** se manifiesta en la L: [1-4], cuando contrasta el rango, la varianza y la desviación estándar para proponer distintas soluciones al problema. El elemento **IV** se manifiesta en el cálculo realizado, pues el profesor utiliza una herramienta matemática para centrarse en la interpretación del ejercicio. El elemento **VI** se manifiesta en la L: [5-9], donde introduce variables externas al contexto inicial planteado. Para concluir, el sujeto analiza la variabilidad calculando la varianza y describiendo su comportamiento, integrando estos conceptos de manera que su respuesta se clasifica en un nivel **Multiestructural**.

A continuación, en la Tabla 4 se sintetizan los elementos de razonamiento estadístico evidenciados en las respuestas del cuestionario dadas y los niveles de la taxonomía SOLO alcanzados, por el profesor:

Tabla 4  
Elementos evidenciados en cada respuesta del profesor 2 y niveles taxonómicos alcanzados

Elementos de Garfield y Ben-Zvi	I	II	III	IV	V	VI	Niveles
<b>A</b>	x			x		x	Multiestructural
<b>B<sub>1</sub></b>		x	x		x	x	Abstracto ampliado
<b>B<sub>2</sub></b>		x	x		x	x	Abstracto ampliado
<b>C</b>	x	x	x		x	x	Multiestructural
<b>D</b>		x	x		x	x	Abstracto ampliado
<b>E</b>	x	x	x	x	x	x	Multiestructural

Nota. Elaboración propia

Para finalizar, se expone un resumen en la Tabla 5 de los elementos de razonamiento Estadístico propuestos por

Garfield y Ben-Zvi de ambos profesores en cada pregunta:

Tabla 5

*Elementos evidenciados de razonamiento estadístico en cada respuesta del profesor 1 y 2 y*

Garfield y Ben-Zvi		Elemento I	Elemento II	Elemento III	Elemento IV	Elemento V	Elemento VI
A	Profesor 1	x			x		
	Profesor 2	x			x		x
B <sub>1</sub>	Profesor 1		x		x		
	Profesor 2		x	x		x	x
B <sub>2</sub>	Profesor 1					x	x
	Profesor 2		x	x		x	x
C	Profesor 1	x	x			x	x
	Profesor 2	x	x	x	x	x	x
D	Profesor 1		x	x		x	
	Profesor 2		x	x		x	x
E	Profesor 1	x		x	x		x
	Profesor 2	x	x	x	x	x	x

Nota. Elaboración propia

En las respuestas del profesor, en la pregunta A se esperaba evidenciar solamente los elementos I y IV, a lo que el profesor manifestó un elemento no esperado; en la pregunta B<sub>1</sub> se esperaba el elemento I, II, IV y V, de los cuales solo se identificaron dos; en la pregunta B<sub>2</sub> se esperaba que el profesor manifestara el elemento I, II, V y VI, de los cuales se identificaron tres elementos y uno no esperado (III); en la respuesta a la pregunta C se esperaba los elementos V y VI, de los cuales si se evidenciaron y además el profesor manifestó tres elementos más (I, II y III); en la D se

esperaban los elementos II, III y V, de los cuales se evidenciaron todos y además un elemento más (VI); y en la respuesta a la pregunta E el profesor logró movilizar los seis elementos de razonamiento estadístico.

Para finalizar, se expone el resumen de los elementos de los niveles de la Taxonomía evidenciados (Tabla 6) en ambos profesores en cada una de las preguntas planteadas:

Tabla 6

*Síntesis de los niveles taxonómicos evidenciados en las respuestas de ambos profesores*

Taxonomía SOLO		Preestructural	Uniestructural	Multiestructural	Relacional	Abstracto Ampliado
A	Profesor 1			x		
	Profesor 2			x		
B <sub>1</sub>	Profesor 1		x			
	Profesor 2					x
B <sub>2</sub>	Profesor 1			x		
	Profesor 2					x
C	Profesor 1					x
	Profesor 2					x
D	Profesor 1				x	
	Profesor 2					x
E	Profesor 1				x	
	Profesor 2			x		

De manera general, las respuestas de los profesores se encuentran en una fase cualitativa que transita desde lo Multiestructural hasta lo Abstracto Ampliado. En el caso del profesor 1, predominan las respuestas en el nivel Multiestructural. Por su parte, el profesor 2 presenta una mayoría de respuestas clasificadas entre los niveles Multiestructural y Abstracto Ampliado.

## 5. CONCLUSIONES

Los profesores demuestran habilidades de razonamiento estadístico en diferentes niveles, desde niveles básicos hasta lo abstracto ampliado, dependiendo del tipo de consigna y el contexto del problema planteado. Aunque se observa un uso adecuado de herramientas como Excel, las

justificaciones escritas y la aplicación de conocimientos previos tienden a centrarse en lo numérico y descriptivo, avanzando de manera gradual hacia análisis más relacionales y abstractos. Sin embargo, se identifican áreas de mejora significativas, especialmente en la capacidad de integrar de manera coherente el contexto específico del baloncesto con sus respuestas y en fomentar una reflexión crítica sobre los datos analizados. Estos hallazgos dan cuenta de que los razonamientos tienen una relación con las concepciones erróneas sobre equiprobabilidad, inicialmente, pero que posteriormente se puede desarrollar una visión sobre la incertidumbre más equilibrada y madura.

La taxonomía SOLO se ha utilizado para identificar patrones y clasificar las respuestas de manera detallada. Esta taxonomía no sólo proporciona una visión integral de las habilidades de los profesores, sino que también resalta áreas específicas de razonamiento que necesitan desarrollarse para mejorar la aplicación del razonamiento estadístico en contextos reales y en la enseñanza de la estadística en contexto escolar. En general, el análisis evidencia un razonamiento que avanza desde niveles básicos hacia etapas más complejas, con diferencias en la integración y contextualización de los datos. En este sentido, se puede observar que ambos profesores transitan desde los niveles Multiestructural (cuantitativo) a los niveles relacional y abstracto ampliado (fase cualitativa), lo que resulta ser relevante considerando que son ellos quienes deben llevar e implementar el currículum nacional y promover en los estudiantes niveles avanzados de razonamiento, lo que concuerda con lo que plantea MINEDUC (2021, p. 100) al mencionar que: “[...] se espera formar alumnos críticos y alumnas críticas que puedan utilizar la información para validar sus opiniones y decisiones”.

Dar cuenta de estos resultados resulta ser relevante para la enseñanza, pues evidenciar que estos profesores dan cuenta de diversos elementos de razonamiento estadístico y además de niveles altos de acuerdo con la taxonomía utilizada sugeriría que el grado de conciencia sobre los contenidos estadísticos, para la enseñanza, sería promovido intencionalmente, focalizando la atención en aspectos conceptuales y contextuales, y no tan solo en lo procedimental, que es justamente lo que discuten y recomiendan autores como Garfield y Ben-Zvi (2008). Con ello quedarían de lado posibles prácticas artesanales (Kennedy, 2002). Aun cuando la evidencia obtenida en este estudio no es generalizable, otras investigaciones han mostrado limitaciones en el razonamiento estadístico de profesores (p. e. Garfield y Ben-Zvi, 2008; Juárez e Inzunza, 2014). Estos hallazgos refuerzan la necesidad de proponer talleres o cursos continuados que permitan tanto a docentes en ejercicio como a futuros profesores desarrollar una comprensión más profunda del razonamiento estadístico para el diseño de clases.

Por último, tal como se planteó en el objetivo de este trabajo, discutimos y presentamos los resultados sobre los niveles de razonamiento estadístico de profesores de matemática en ejercicio, en los que hemos propuesto una articulación teórica analítica para describir no solo el razonamiento, sino también sus niveles, lo que aporta un mayor nivel de detalle a su conceptualización. Asimismo,

hemos diseñado y validado una actividad en el cuestionario de respuesta abierta, que va más allá de los cálculos nemotécnicos y algorítmicos, y que permite recoger respuestas que implican una reflexión y discusión sobre los resultados que emergen de cada consigna y develar estos razonamientos estadísticos. Esto muestra que se pueden orientar y conducir el enriquecimiento de situaciones aplicadas y contextualizadas, relevando no solo el conocimiento de los profesores, sino también las justificaciones que los llevan a tomar ciertas decisiones a partir de situaciones propuestas. Se invita a profesores, investigadores y formadores de docentes a considerar esta propuesta de trabajo para desarrollar diseños, por ejemplo, de replicación (Koichu et al., 2024), que permitan contrastar estos resultados y destacar aquellos que podrían no haber emergido en este estudio.

Estos resultados permiten aportar evidencia sobre cómo los profesores toman decisiones al diseñar tareas estadísticas y sobre el modo en que el razonamiento estadístico docente se manifiesta en dichas decisiones. En este sentido, el estudio contribuye a comprender la relación entre el diseño de tareas y el razonamiento estadístico evidenciado, considerando su influencia en la enseñanza y el aprendizaje en distintos niveles educativos, sin extender el análisis más allá del alcance de los datos considerados.

## 6. REFERENCIAS

- Batanero, C. (2000). Cap on va l'educació estadística? *Blaix*, 15, 2–13.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3–15). Springer. [https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6\\_1](https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_1)
- Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy*. Academic Press.
- Ciancetta, M. A. (2007). *Statistics students' reasoning when comparing distributions of data* [Tesis doctoral, Portland State University]. <https://iase-web.org/documents/dissertations/07.Ciancetta.Dissertation.pdf>
- De Vetten, A., Schoonenboom, J., Keijzer, R., & Van Oers, B. (2019). Pre-service primary school teachers' knowledge of informal statistical inference. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22, 639–661. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9403-9>
- Díaz-Bravo, L., Torruco-García, U., Martínez-Hernández, M., & Varela-Ruiz, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. *Investigación en Educación Médica*, 2(7), 162–167. [https://doi.org/10.1016/S2007-5057\(13\)72706-6](https://doi.org/10.1016/S2007-5057(13)72706-6)
- Engel, J. (2017). Statistical literacy for active citizenship: A call for data science education. *Statistics Education Research Journal*, 16(1), 44–49. <https://doi.org/10.52041/serj.v16i1.213>
- Estrada Roca, M. A. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado* [Tesis doctoral,

Universidad Autónoma de Barcelona].  
<https://www.tdx.cat/handle/10803/4697>

- Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa* (3.ª ed.). Ediciones Morata.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre-K–12 curriculum framework*. American Statistical Association.  
[https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/gaise/gaise-rek-12\\_full.pdf](https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/gaise/gaise-rek-12_full.pdf)
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1–25.  
<https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x>
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer.
- Garfield, J., & Gal, I. (1999). Teaching and assessing statistical reasoning. En L. V. Stiff (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K–12* (pp. 207–219). National Council of Teachers of Mathematics.
- Ghassaniy, N. N., Hasanah, A., & Wahyudin, W. (2023). Student-teacher level of statistical reasoning ability reviewed by APOS theory (Action, Process, Object, Schema). *PRISMA*, 12(2), 400–413. <https://doi.org/10.35194/jp.v12i2.3139>
- Glaser, B. G., & Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Aldine Publishing Company.
- Groth, R. E. (2017). Developing statistical knowledge for teaching during design-based research. *Statistics Education Research Journal*, 16(2), 376–396.  
<https://doi.org/10.52041/serj.v16i2.197>
- Groth, R. E., & Bergner, J. A. (2013). Mapping the structure of knowledge for teaching nominal categorical data analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 83(2), 247–265.  
<https://doi.org/10.1007/s10649-012-9452-4>
- Kennedy, M. M. (2002). Knowledge and teaching. *Teachers and teaching: Theory and practice*, 8, 355–370. DOI 10.1080/135406002100000495
- Koichu, B., Misfeldt, M., Sánchez Aguilar, M., & Jankvist, U. T. (2024). About implementability. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, 4(2), 161–176.  
<https://doi.org/10.1163/26670127-00402001>
- Makar, K. (2004). *Developing statistical inquiry: Prospective secondary mathematics and science teachers' investigations of equity and fairness through analysis of accountability data* [Tesis doctoral, University of Texas at Austin].
- Marchant, C., & Su, C. S. (2021). The statistical reasoning level of Chilean students of pedagogy in mathematics on statistical hypotheses tests. *Acta Scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 23(6), 209–236.  
<https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5772>
- Martínez-Castro, C. A., Zapata-Cardona, L., & Jones, G. L. (2023). Critical citizenship in statistics teacher education. En M. A. Sorto, A. White, & L. Guyot (Eds.), *Research on reasoning with data and statistical thinking: International perspectives* (pp. 213–226). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-27021-5\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-031-27021-5_14)
- Ministerio de Educación de Chile. (2021). *Probabilidades y estadísticas descriptiva e inferencial: Programa de estudio 3º o 4º medio*.  
[https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140145\\_programa.pdf](https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140145_programa.pdf)
- Mulligan, J., Tytler, R., Prain, V., & Kirk, M. (2023). Implementing a pedagogical cycle to support data modelling and statistical reasoning in years 1 and 2 through the Interdisciplinary Mathematics and Science (IMS) project. *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1007/s13394-023-00454-0>
- OECD. (2019). *OECD Learning Compass 2030*. OECD Publishing.
- Peñaherrera, C., Segovia, V., Vasco, D., & Climent, N. (2021). Conocimiento especializado de un profesor universitario sobre medidas de centralización y de dispersión, aplicando el modelo MTSK. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 108, 99–117.
- Rodríguez, D., & Valdeoriola, J. (2001). *Metodología de la investigación*. Universitat Oberta de Catalunya. [http://zanadoria.com/syllabi/m1019/mat cast-nodef/PID\\_00148556-1.pdf](http://zanadoria.com/syllabi/m1019/mat cast-nodef/PID_00148556-1.pdf)
- Sánchez-Acevedo, N. (2024). Comprensión de los futuros profesores de Matemáticas y Estadística en relación con los intervalos de confianza de la media. *Enseñanza en Re-Vista*, 31, 1–29.  
<https://doi.org/10.14393/ER-v31e2024-03>
- Sánchez-Acevedo, N., Ruiz, B. (2025) Una aproximación a la comprensión de hipótesis estadística de la media por futuros profesores de matemáticas. (2025). *IE Revista De Investigación Educativa De La REDIECH*, 16, e2580. [https://doi.org/10.33010/ie\\_rie\\_rediech.v16i0.2580](https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v16i0.2580)
- Stake, R. E. (2007). *Investigación con estudio de caso*. Ediciones Morata.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223–248.  
<https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>
- Zapata-Cardona, L. (2023). Trayectoria de formación del profesor de estadística. *Revista de Educação PUC-Campinas*, 28(1), 1–17.