

Engenharia Didática de Formação e Teoria das Situações Didáticas: uma prática no ensino de Geometria Espacial com o software GeoGebra

Rosalide Carvalho de Sousa¹, Francisco Régis Vieira Alves², Francisca Cláudia Fernandes Fontenele³, Daniel Brandão Menezes⁴

rosalidecarvalho@hotmail.com, fregis@ifce.edu.br, claudiafontenele05@gmail.com, brandaomenezes@hotmail.com

¹Rede Nordeste de Ensino – RENOEN/IFCE, Avenida Treze de Maio, 2081, Benfica, Fortaleza, Ceará, Brasil.

²Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE, Avenida Treze de Maio, 2081, Benfica, Fortaleza, Ceará, Brasil.

³Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA, Avenida Padre Francisco Sadoc de Araújo, 850, Alto da Brasília, Sobral, Ceará, Brasil.

⁴Universidade Estadual do Ceará – UECE, Avenida Dr. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil.

Resumo

Com vistas ao aprimoramento do ensino de matemática, este artigo apresenta uma proposta embasada na Engenharia Didática de Formação e na abordagem de situações didáticas para o ensino de volumes em Geometria Espacial. Sua estrutura segue as fases da Teoria das Situações Didáticas e sua prática foi modelada com o *software* GeoGebra. O objetivo deste trabalho foi fornecer aos professores um recurso tecnológico para o ensino de Volume de Sólidos Geométricos. A metodologia de pesquisa fundamenta-se nas fases da Engenharia Didática, com ênfase na Engenharia Didática de Formação. A aplicação dessa proposta ocorreu de modo virtual na plataforma Google Meet, em que os sujeitos participantes eram alunos do curso de licenciatura em Matemática de uma universidade pública no interior do estado do Ceará, Brasil. Como resultados, este trabalho destaca contribuições relevantes à formação do licenciando e futuro docente de matemática na Educação Básica, incentivando à reflexão e o aperfeiçoamento de práticas pedagógicas em sala de aula, com vistas a promover uma aprendizagem efetiva dos alunos.

Palavras-chave: Engenharia Didática de Formação; Ensino de Matemática; GeoGebra; Geometria Espacial; Teoria das Situações Didáticas.

Didactic Engineering Training and Theory of Didactic Situations: a practice in teaching Spatial Geometry with GeoGebra software

Abstract

With a view to enhancing the teaching of mathematics, this article presents a proposal based on Didactic Engineering and on the approach of didactic situations for the teaching of volumes in Spatial Geometry. Its structure follows the phases of the Didactic Situations Theory, and its practice was modeled using the GeoGebra software. The aim of this work was to provide teachers with a technological resource for teaching the volume of geometric solids. The research methodology is based on the phases of Didactic Engineering, with an emphasis on Didactic Engineering of Formation. The application of this proposal took place virtually on the Google Meet platform, where the participants were students of the mathematics teaching degree at a public university in the state of Ceará, Brazil. As a result, this work highlights relevant contributions to the training of future mathematics teachers in Basic Education, encouraging reflection and the improvement of pedagogical practices in the classroom, with a view to promoting effective student learning.

Keywords: Didactic Engineering Training; Mathematics teaching; GeoGebra; Spatial Geometry; Theory of Didactic Situations.

Ingeniería Didáctica de la Formación y Teoría de las Situaciones Didácticas: una práctica en la enseñanza de Geometría Espacial con el software GeoGebra

Resumen

Con el objetivo de mejorar la enseñanza de las matemáticas, este artículo presenta una propuesta basada en la Ingeniería Didáctica de Formación y en la aproximación de situaciones didácticas para la enseñanza de volúmenes en Geometría Espacial. La estructura de la propuesta educativa sigue las fases de la Teoría de las Situaciones Didácticas y su práctica fue modelada con el software GeoGebra. El propósito de este trabajo fue proporcionar a los profesores un recurso tecnológico para la enseñanza del Volumen de Sólidos Geométricos. La metodología de investigación se basa en las fases de la Ingeniería Didáctica, con énfasis en la Ingeniería Didáctica de Formación. La aplicación de esta propuesta tuvo lugar de manera virtual en la plataforma Google Meet, donde los participantes eran estudiantes del curso de licenciatura en Matemáticas de una universidad pública en el interior del estado de Ceará, Brasil. Como resultados, este trabajo destaca contribuciones relevantes a la formación del licenciado y futuro docente de matemáticas en la Educación Básica, fomentando la reflexión y el perfeccionamiento de prácticas pedagógicas en el aula, con el objetivo de promover un aprendizaje efectivo de los estudiantes.

Palabras clave: Ingeniería Didáctica de la Formación; Enseñanza de las Matemáticas; GeoGebra; Geometría Espacial; Teoría de las Situaciones Didácticas.

1. INTRODUÇÃO

O ensino de Geometria Espacial é um campo que se dedica ao estudo de figuras no espaço, demandando uma notável capacidade de abstração para a compreensão de seus conceitos. Para implementar metodologias que conectem os conhecimentos escolares às práticas do cotidiano, é essencial uma transformação na postura docente. Deste modo, seu ensino exige do professor certas habilidades ao abordar as formas espaciais, seus conceitos e propriedades, bem como desenvolver o raciocínio geométrico dos estudantes.

Nesse contexto, considera-se a necessidade de reestruturação do currículo e dos moldes de formação dos professores de matemática, visando alcançar melhorias no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. Conforme Corrêa et al. (2019, p. 57), “muitos dos problemas no ensino de Geometria ocorrem devido ao próprio processo de formação do professor”, que muitas vezes não estabelece uma conexão entre o que ensina e o mundo concreto. Há uma necessidade premente de articular teoria e prática, apesar dos esforços empreendidos para ampliar a pesquisa e superar os desafios relacionados ao ensino desse tema.

Assim, realizamos um estudo sobre um tópico de Geometria Espacial – volume de sólidos –, constatando que em grande parte das instituições escolares brasileiras perdura o ensino tradicional com aulas expositivas, memorização de fórmulas e cálculos mecanizados relacionados ao tema. Siqueira (2013, p. 22) ressalta que “[...] a maioria dos professores de matemática de agora sempre tiveram parte de suas aulas dentro da metodologia tradicional: expositiva, o cálculo pelo cálculo, a fórmula decorada, porque iria cair na prova”.

A formação docente é essencial para que mudanças metodológicas e didáticas ocorram no ensino da Geometria Espacial, visando alcançar a aprendizagem dos estudantes.

Oliveira (2017) alerta que o processo formativo do professor de Matemática requer maior aprofundamento e a promoção de uma postura mais reflexiva, para que estes futuros docentes tenham condições de desenvolver as competências e as habilidades necessárias para o exercício profissional.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)¹ ressalta a importância do raciocínio geométrico a partir do estudo de diferentes grandezas, desenvolvendo habilidades que possibilitam formular estratégias para o cálculo de áreas de superfícies planas e do volume de sólidos geométricos, além de formular e resolver problemas em diferentes contextos com uso de tecnologias (Brasil, 2018).

Assim, o *software* GeoGebra emerge como uma ferramenta capaz de auxiliar os professores na elaboração de práticas pedagógicas em diversos temas matemáticos, especialmente em Geometria Espacial. Conforme Sousa et al. (2021), o GeoGebra oferece uma visualização geométrica que facilita a compreensão de conceitos considerados abstratos e de difícil compreensão, configurando um ambiente propício para o aprendizado dos alunos.

Acerca das dificuldades de aprendizagem de volumes, Van Der Mer (2017) destaca que, embora o tema esteja presente em diversas situações do cotidiano, os estudantes frequentemente enfrentam desafios ao resolver problemas simples sobre o tema, recorrendo ao uso de fórmulas sem demonstrar entendimento real do conceito. Essa constatação levanta reflexões sobre a necessidade da formação continuada para os professores, no intuito de desenvolver metodologias que aprimorem suas práticas de ensino, o que justifica a gênese desta pesquisa. Destacamos a importância de desenvolver competências e habilidades nos docentes para promover mudanças na abordagem deste tema em sala de aula. Assim, nosso questionamento é: *A concepção de um*

¹ Documento norteador do currículo da Educação Básica no Brasil.
18

recurso pedagógico pode fortalecer a prática docente e melhorar o ensino de conceitos da Geometria Espacial?

Partindo desse questionamento, o objetivo deste trabalho foi oferecer aos docentes um recurso didático-pedagógico que os auxiliasse no ensino de volumes de sólidos geométricos. Para isso, construímos uma situação didática utilizando um item do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) sobre o tema. A proposta foi fundamentada nas dialéticas da Teoria das Situações Didáticas (TSD) e modelada no *software* GeoGebra.

O ENEM foi escolhido por ser uma avaliação de larga escala em território brasileiro, que visa avaliar o desempenho dos estudantes ao final do Ensino Médio. Este exame é adotado como processo seletivo em diversas universidades brasileiras, além de possuir uma abordagem contextualizada.

A metodologia utilizada para o desenvolvimento desta proposta foi a Engenharia Didática (ED), com ênfase na Engenharia Didática de Formação (EDF), no âmbito de uma pesquisa de mestrado vinculada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) do Instituto Federal do Ceará (IFCE *campus* Fortaleza).

A escolha metodológica justifica-se devido o público-alvo ter sido composto por estudantes de licenciatura em Matemática. De acordo com Almouloud e Silva (2012), a EDF propicia a construção de situações de sala de aula, nas quais o professor é desafiado a descrever as ações a serem utilizadas para intermediar o ensino. Isso requer um planejamento cuidadoso e a previsão de obstáculos que podem surgir durante o desenvolvimento das situações, os quais, por vezes, podem se tornar entraves para o processo de construção dos saberes pelos estudantes.

A pesquisa foi desenvolvida com 10 estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), em Sobral, Ceará, Brasil. A formação ocorreu na modalidade remota via plataforma *Google Meet*. Os principais recursos utilizados foram celulares *smartphones*, computadores, aplicativos de mensagens do *WhatsApp* e o *software* GeoGebra.

Nas seções subsequentes descrevemos as fases da ED e o experimento realizado. Nas análises preliminares focamos na Teoria das Situações Didáticas e na discussão sobre o ensino de Geometria Espacial, enquanto bases teóricas que nortearam a concepção da situação didática subjacente a esta investigação, construída na fase de análise *a priori*. Apresentamos, posteriormente, as fases de experimentação e sua respectiva coleta de dados, seguida pela análise *a posteriori* e validação da situação didática.

2. ANÁLISES PRELIMINARES

Conforme Artigue (2020), as análises preliminares compreendem três dimensões cruciais: a primeira envolve uma análise epistemológica dos conteúdos matemáticos em foco, buscando compreender sua natureza e fundamentos; a segunda dimensão concentra-se na avaliação das condições e possíveis inconsistências institucionais que a ED poderá enfrentar durante sua implementação; e, por fim, a terceira

consiste em uma análise do vasto campo da pesquisa educacional, explorando como esse conhecimento pode ser empregado de maneira eficaz para sustentar a concepção proposta. Essas dimensões convergem para proporcionar uma base sólida e abrangente durante essa etapa.

Nesse contexto, realizamos uma análise preliminar com base na TSD, enquanto teoria norteadora para a concepção da situação didática desta investigação. Conforme Sousa et al. (2022), a TSD revela-se particularmente adequada para o desenvolvimento da ED, dado o fato de que sua natureza, enquanto metodologia de pesquisa, demanda uma sólida fundamentação teórica. A TSD, neste caso, desempenha um papel crucial ao fornecer fundamentos teóricos que permitem a organização da situação didática de forma alinhada ao planejamento de uma sessão de ensino sobre um conteúdo e os objetivos a serem alcançados em sala de aula.

Exploramos a epistemologia do estudo do conteúdo de volumes na formação inicial de professores, realizando investigações embasadas em obras de autores como Douady e Perrín-Glorian (1989), Costa et al. (2009), Figueiredo et al. (2014) e Awila (2017). Estas pesquisas convergem ao destacar a importância do aprendizado de grandezas geométricas e do volume de sólidos, tanto no âmbito da Educação Básica quanto na formação docente. Adicionalmente, analisamos a abordagem desse tópico em livros didáticos e na Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Este exame visa proporcionar uma compreensão abrangente do tratamento dado a esse tema em diferentes contextos educacionais.

2.1. Teoria das Situações Didáticas

A TSD foi proposta por Brousseau nos anos 80 e destaca-se por gerar uma série de situações didáticas aplicáveis em contextos de ensino, visando modificar comportamentos específicos dos alunos. Almouloud (2007, pp. 32-33) explica que, “o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática, na qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber”.

Nessa perspectiva, o professor desempenha o papel de mediador, delineando a forma como essa relação se desenvolve. Ao selecionar a situação-problema, motiva o aluno a construir e/ou utilizar conhecimentos prévios para criar um modelo de resolução. Brousseau (2008) destaca que um estudante pode aprender adaptando-se a um meio (*milieu*), mesmo que este não tenha sido inicialmente concebido para fins didáticos. O estudante pode encontrar novas respostas e, dessa forma, adquirir um novo conhecimento. Segundo Almouloud (2007), a mediação docente estabelece uma relação baseada em três hipóteses, que são:

1. O aluno aprende adaptando-se a um *milieu* que é fator de dificuldade, de contradições, de desequilíbrio [...]. Esse saber, fruto da adaptação dos alunos, manifesta-se pelas respostas novas, que são a prova da aprendizagem.
2. [...] O professor deve criar e organizar um *milieu* que seja suficiente para desenvolver situações de provocar essas aprendizagens.

3. A terceira hipótese postula que esse *milieu* e essas situações devem engajar os conhecimentos matemáticos envolvidos durante o processo de ensino e aprendizagem (Almouloud, 2007, pp. 32-33).

As hipóteses postuladas pelo autor proporcionam ao professor a capacidade de ensinar matemática em um ambiente que instiga as ações dos alunos diante de uma situação-problema, com o objetivo de promover a aprendizagem.

Durante o processo de organização do *milieu*, algumas variáveis podem surgir, sobre nas quais o professor não tem controle. Estas são identificadas como situação didática e situação adidática. Almouloud (2007) explica que, na primeira, estão incluídas as escolhas das variáveis didáticas a serem utilizadas na organização do *milieu*, provocando mudanças de estratégias que estimulem a construção de um modelo de aprendizagem voltado à resolução de problemas. Na segunda, o estudante constrói o conhecimento por seu próprio mérito, sem intervenção direta do professor. Entretanto, o professor deve orientar o estudante para que ele utilize todas as estratégias disponíveis para a solução.

A TSD é estruturada em quatro fases, interdependentes e que podem ser retomadas, nominadas por ação, formulação, validação e institucionalização, que analisam as relações entre situações didáticas, ensino e conhecimento matemático. Descrevemos brevemente estas fases, de acordo com Brousseau (1986):

- **Ação:** é o momento em que o estudante tem o contato inicial com o problema, realiza ações mais imediatas e pensa em estratégias para resolvê-lo, resultado de um conhecimento mais experimental e intuitivo do que teórico.
- **Formulação:** nessa etapa ocorre a troca de informações entre dois ou mais alunos para estabelecer uma estratégia de resolução, elaborada a partir de conhecimentos prévios (ou novos), adquiridos em suas vivências escolares ou sociais. A comunicação pode se dar por meio de linguagem escrita ou oral, sem uso de linguagem matemática formal.
- **Validação:** aqui espera-se que o aluno seja capaz de utilizar mecanismos que comprovem sua solução. O conhecimento adquirido é empregado para esse fim, gerando hipóteses e estabelecendo um modelo de resolução com argumentos racionais. Isso pode ocorrer por meio de explicações, provas e demonstrações.
- **Institucionalização:** o docente reassume as ações da sala de aula, formalizando as ações e procedimentos realizados pelos discentes nas fases anteriores, valorizando suas soluções, confrontando-as com a estrutura formal e sintetizando as estratégias em um único modelo de resolução matemática.

Assim, para conceber a situação-problema desenvolvida, adotamos a TSD como modelo teórico para o ensino de volumes, direcionando a elaboração de uma situação de ensino sobre o tema para discussão no âmbito da

licenciatura em Matemática (professores em formação inicial).

Vale ressaltar que a articulação entre a TSD, a ED e seu desdobramento na EDF permite, além de estruturar situações de aprendizagem ancoradas na resolução de problemas, integrar a mediação tecnológica como suporte à construção conceitual. Artigue et al. (1995) enfatiza que a ED assume um papel duplo: como metodologia de investigação e como estrutura de concepção de ensino fundamentada em teorias consolidadas. Nesse sentido, a TSD fornece os princípios fundamentais que orientam a organização das situações didáticas, enquanto a EDF amplia esse escopo para fins formativos, permitindo que os futuros docentes experimentem os papéis de planejadores, mediadores e analistas. A utilização do GeoGebra, nesse contexto, constitui-se como uma mediação que potencializa o meio (*milieu*) de aprendizagem, oferecendo suporte visual e interativo, que por sua vez favorece o engajamento ativo dos alunos na formulação e validação de conjecturas matemáticas (Brousseau, 2008; Almouloud, 2007).

No próximo tópico detalhamos um breve estudo teórico acerca da metodologia de pesquisa empregada para este fim.

2.2. A formação docente e o ensino de sólidos geométricos

A Geometria Espacial é um tema amplamente discutido no processo de ensino e aprendizagem na Educação Básica. Embora tenham ocorrido avanços, ainda há muito a ser feito para progredir no ensino desse tópico nas escolas. Souza e Bulos (2011) apontam que os alunos concluem o Ensino Médio com defasagem de aprendizagem em conceitos geométricos, repercutindo negativamente nos resultados de avaliações externas e em processos seletivos para ingresso no Ensino Superior. Tal cenário é justificado como resultado das dificuldades dos professores em abordar eficazmente os conteúdos geométricos.

Uma análise mais aprofundada revela alguns dos obstáculos no processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos, sendo alguns destes diretamente relacionadas à formação do professor de matemática, destacando-se: i) a formação precária do professor em relação à geometria; ii) a formação inicial do docente, que não proporciona uma reflexão profunda sobre o ensino de geometria; iii) a ênfase dada às resoluções algébricas nos problemas propostos, em detrimento do raciocínio lógico dedutivo e das demonstrações; iv) a quase inexistência da transposição da geometria empírica para a geometria dedutiva; e v) a escassez de abordagens que incentivem a leitura e interpretação de textos matemáticos (Manrique et al., 2002).

Costa et al. (2009) identificam obstáculos no ensino de conteúdos geométricos que refletem em lacunas na aprendizagem, como a ausência de atividades relacionadas à Geometria de Posição, Desenho Geométrico e Geometria Métrica Espacial, a desvalorização das representações bidimensionais e tridimensionais das figuras geométricas, a carência de abordagens voltadas para o desenvolvimento da percepção espacial e a valorização de fórmulas mecanizadas dos conceitos geométricos.

Nessa perspectiva, observamos que as lacunas na aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial na Educação Básica estão alinhadas com a forma como esses conceitos são abordados nos cursos de licenciatura. Oliveira (2017) destaca a necessidade de aprofundamento no processo de formação do professor, o que implica refletir sobre a matemática para além do ambiente escolar, conferindo um significado mais amplo desses conceitos.

Torna-se necessário repensar o currículo dos cursos de licenciatura em Matemática e a formação do professor. Esta revisão precisa proporcionar condições para que os educadores construam um pensamento reflexivo em relação à sua prática docente, repensando continuamente suas abordagens e conferindo novos significados aos saberes conceituais e metodológicos no exercício da profissão.

Tabela 1 - Livros e Matriz do Enem selecionados para análise

LIVRO DE REFERÊNCIA / MATRIZ	AUTORES	ANO	VOLUME	EDITOR
Contexto Matemático & Aplicações	Luiz Roberto Dante	2016	3	Ática
Matemática Ciências e Aplicações	Gelson Iezzi; Osvaldo Dolce; David Degenszajn; Roberto Périco; Nilze de Almeida	2017	2	Saraiva
Matriz de Referência do ENEM	Ministério da Educação (MEC/INEP)	2009	-	MEC

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Estas obras foram escolhidas por serem adotadas em escolas públicas do Ensino Médio brasileiras. Estes materiais possuem linguagem acessível e, apesar de apresentarem exercícios tradicionais, também se destacam por incorporar estratégias que promovem a reflexão e a colaboração por meio de exercícios cooperativos. Além disso, sugerem o uso de recursos tecnológicos como planilhas eletrônicas, calculadoras, *softwares* de geometria dinâmica, entre outros.

No que diz respeito ao conteúdo de volume, os livros analisados abordam o cálculo de áreas de figuras planas de maneira clara e precisa. As fórmulas matemáticas são deduzidas e bem explicadas. Geralmente, os professores seguem a sequência de conteúdos delineada nos livros, priorizando a teoria, demonstrações e exercícios, enfatizando as fórmulas para os cálculos em detrimento do raciocínio lógico-geométrico.

2.3. O livro didático e a matriz de referência do ENEM

Nessa análise preliminar também foram analisados alguns livros didáticos registrados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e a Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). O objetivo foi investigar a abordagem do conteúdo de volume de sólidos geométricos nestes materiais e quais conhecimentos prévios são necessários para os alunos sobre o tema, além de compreender como esse assunto é apresentado no ENEM. Para isso selecionamos dois livros didáticos e uma matriz de referência, conforme a Tabela 1:

2.3.1. Primeiro livro: Matemática: contexto & aplicações

A obra de Dante (2016) tem *layout* dinâmico, caracterizado por cores vibrantes, em que cada capítulo se inicia com imagens de objetos ou cenas urbanas e rurais, acompanhadas de breves descrições relacionadas ao conteúdo matemático a ser abordado. Seu formato proporciona aos alunos uma abordagem envolvente, incentivando a leitura, exploração e reflexão sobre o tema em cada unidade.

Na Figura 1 temos uma abordagem do tópico “volume do paralelepípedo retângulo”, em que a figura mostra um bloco retangular e destaca elementos como comprimento, largura e altura. A demonstração geométrica do volume é realizada evidenciando a proporcionalidade entre as dimensões. As imagens (em cor de rosa) descrevem o produto entre as dimensões culminando na fórmula para o cálculo do volume:

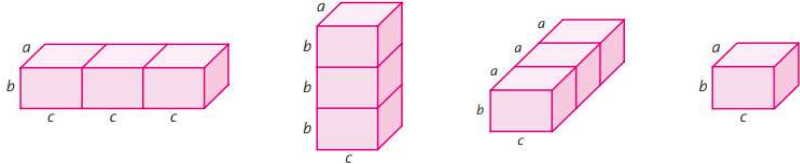
Figura 1: Demonstração algébrica e geométrica do Volume do Paralelepípedo.

Volume do paralelepípedo retângulo ou bloco retangular

O bloco retangular é um poliedro formado por 6 faces retangulares. Ele fica determinado por três medidas: o seu comprimento (a), a sua largura (b) e a sua altura (c). Indicaremos o volume desse bloco retangular por $V(a, b, c)$ e o volume do cubo unitário por $V(1, 1, 1) = 1$.



O volume do bloco retangular é proporcional a cada uma de suas dimensões, ou seja, se mantivermos constantes duas das dimensões e multiplicarmos a terceira dimensão por um número natural qualquer, o volume também será multiplicado pelo mesmo número natural. Isso pode ser observado no exemplo abaixo:

$$V(a, b, 3c) = V(a, 3b, c) = V(3a, b, c) = 3V(a, b, c)$$


É possível provar que esse fato, constatado com um número natural, vale para qualquer número real positivo. Ou seja, mantidas constantes duas dimensões do bloco retangular, seu volume é proporcional à terceira dimensão. Assim, temos:

$$V(a, b, c) = a \cdot V(1, b, c) = ab \cdot V(1, 1, c) = abc \cdot V(1, 1, 1) = abc \cdot 1 = abc$$

Logo:

$V(a, b, c) = abc$




Cubo unitário

Fonte: Dante (2016, p. 181).

No fim do capítulo, o livro traz uma seção que explora a relação entre a Geometria e o conhecimento científico a partir da História da Matemática, traçando a evolução do entendimento humano, desde os gregos até a Geometria contemporânea. Além disso, há uma seção chamada “Pensando no ENEM”, com problemas contextualizados relacionados a este exame e vestibulares tradicionais.

Quanto à concepção didático-metodológica, o livro mantém uma sequência de demonstrações, seguidas de exercícios resolvidos e de fixação, apresentados de forma progressiva em nível de complexidade. No entanto, há predominância de exercícios pouco contextualizados, com exceção das questões relacionadas ao ENEM, que se destacam por seu caráter mais aplicado e prático.

Embora o autor mencione a presença de questões contextualizadas na coleção, observa-se que elas não estão distribuídas uniformemente em todos os capítulos do livro. A contextualização é mais evidente em alguns tópicos específicos, sendo as questões que contemplam os tópicos presentes na matriz de referência do ENEM as mais comuns nesse conjunto. Observou-se também a ausência de sugestões metodológicas ao professor para o uso de tecnologias voltadas ao ensino de Geometria Espacial.

Nesse contexto, destacamos o *software* GeoGebra como ferramenta de apoio ao professor no planejamento, desenvolvimento e execução do ensino de Geometria Espacial, especialmente no âmbito desta pesquisa. A proposta é proporcionar ao futuro professor habilidades de orientar a turma a manipular, modificar, construir, visualizar e verificar propriedades e elementos dos sólidos. Isso ocorre em um ambiente dinâmico proporcionado pelo *software*, visando enriquecer a experiência de aprendizado e ampliar as possibilidades de compreensão do conteúdo.

2.3.2. Segundo livro: Matemática ciência e aplicações

O livro de Iezzi et al. (2017) possui *layout* dinâmico e de fácil interpretação, em que são abordadas situações do cotidiano para a abertura dos capítulos de forma associada à História da Matemática, situando o estudante no processo de resolução de problemas enfrentados pela humanidade ao longo dos tempos.

Na Figura 2 apresenta-se um recorte da abordagem do Volume do Paralelepípedo, mostrando detalhadamente a dedução da fórmula para calcular o volume:

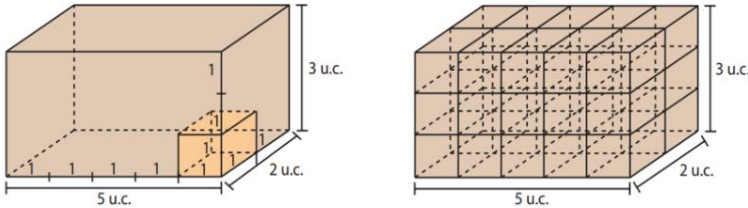
Figura 2: Demonstração algébrica e geométrica do Volume do Paralelepípedo.

REIEC Año 2025 Nro. 20 Mes Diciembre
Recepción: 04/02/2024

22
Aceptación: 15/07/2025

pp. 17-30

De modo geral:
 unidade de medida da aresta = 1 u.c. e unidade de volume = 1 (u.c.)³
 Consideremos um paralelepípedo retângulo com as seguintes dimensões: a = 5 u.c., b = 2 u.c. e c = 3 u.c.
 A divisão do comprimento, da largura e da altura desse paralelepípedo em cinco unidades, duas unidades e três unidades, respectivamente, nos permite obter 30 cubos unitários ($5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$), conforme mostrado nas figuras abaixo:



Dizemos, então, que o volume desse paralelepípedo é:
 $V = (5 \text{ u.c.}) \cdot (2 \text{ u.c.}) \cdot (3 \text{ u.c.}) = 30 \text{ (u.c.)}^3$
 De modo geral, se as medidas das três dimensões de um paralelepípedo retângulo são os números inteiros **a**, **b** e **c**, seu volume é dado por:

$V = a \cdot b \cdot c$

Fonte: Iezzi et al. (2017, p. 155).

2.3.3. Matriz de referência do ENEM

Na Figura 2, a dedução da fórmula para o cálculo do volume do paralelepípedo utiliza um cubo de aresta 1 u.c. como padrão, apresentando uma demonstração que parte da divisão do comprimento, largura e altura. Essa abordagem permite visualizar 30 cubos unitários preenchendo o espaço interno do paralelepípedo, explicando passo a passo o raciocínio geométrico até chegar à dedução algébrica da fórmula para o cálculo do volume do bloco retangular. Por fim, é apresentado um exemplo prático com o emprego da fórmula demonstrada para resolvê-lo. É importante destacar que, embora a explicação seja detalhada, a compreensão dos conceitos em imagens estáticas pode ser desafiadora para o estudante.

A abordagem didático-metodológica segue a sequência tradicional: demonstrações, exercícios resolvidos e exercícios propostos, distribuídos de acordo em escala de nível de dificuldade. Uma característica positiva deste exemplar é a inclusão de uma quantidade significativa de questões contextualizadas, conectando o tema à realidade do estudante, com uma variedade de situações-problema que aproximam a matemática escolar do cotidiano.

Além disso, o livro apresenta a seção “Troque ideias”, com exercícios para serem realizados em grupo, e a seção “Aplicações”, com textos que exploram a aplicação do conhecimento matemático em outros campos da ciência, estabelecendo conexões entre a Matemática e áreas como Física ou Economia. Isso possibilita aprofundar alguns conceitos e construir outros.

Por último, foi observado que no capítulo de Geometria Espacial não há menção ao uso da tecnologia. Diante disso, destaca-se a importância do uso do *software* GeoGebra para o ensino do conteúdo de volume, podendo ser empregado tanto na introdução do tema quanto no auxílio dos estudantes na resolução de exercícios, proporcionando a compreensão do tema a partir da geometria dinâmica.

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) é parte de um programa do Governo Federal do Brasil, instituído pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC), com o propósito de avaliar o desempenho dos estudantes ao concluir o Ensino Médio. Além disso, o exame é uma das portas de entrada ao Ensino Superior no país, uma vez que seus resultados são adotados como critério de seleção por diversas instituições de ensino, tanto públicas quanto privadas. Este exame desempenha um papel crucial ao direcionar recursos públicos para o aprimoramento da Educação Básica, promovendo melhorias significativas no sistema educacional.

A matriz de referência do ENEM para o ensino de matemática reúne um conjunto de competências e habilidades consideradas necessárias aos estudantes sobre determinados assuntos em cada ano do Ensino Médio, sendo estas avaliadas por meio de um teste padronizado.

Nesse exame, o tema “volume de sólidos” está associado ao tópico de Geometria Espacial. A matriz orienta que os estudantes desenvolvam a capacidade de interpretar a localização de objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional. Além disso, espera-se que os estudantes percebam características de figuras planas e espaciais e resolvam problemas do cotidiano envolvendo conceitos geométricos de espaço e forma. A Geometria Espacial presente nessa matriz engloba problemas contextualizados em situações reais, com questões que abrangem desde o reconhecimento de sólidos geométricos até o emprego de propriedades fundamentais e seus elementos. As questões abordam aspectos como área total, volume dos sólidos e sua planificação.

Desta forma, com base no contexto teórico abordado neste tópico, a seção subsequente destina-se a expor, de modo mais detalhado, o processo metodológico desta investigação.

3. METODOLOGIA

Este estudo foi fundamentado nas fases da ED, com destaque para a EDF, uma extensão da primeira engenharia. A EDF tem como principal objetivo o desenvolvimento de recursos pedagógicos para a Educação Básica ou a formação de professores (Perrín-Glorian, 2009). Para isso, é essencial estabelecer vários níveis de construção, incluindo os eventos de sala de aula nos quais o professor/pesquisador descreve as ações realizadas para intermediar o ensino. Isso evidencia a relevância do papel do docente como mediador da aprendizagem, exigindo um planejamento e uma previsão de obstáculos que eventualmente podem surgir durante o desenvolvimento das situações didáticas, buscando compreender como ocorre a construção do conhecimento pelos alunos.

Os objetivos específicos deste recorte de pesquisa foram: (i) investigar como futuros professores compreendem o conceito de volume a partir de uma situação didática construída com base na TSD; (ii) analisar as estratégias desenvolvidas pelos participantes com apoio do software GeoGebra; e (iii) refletir sobre as contribuições do experimento para a formação docente. A amostra foi composta por dez estudantes de Licenciatura em Matemática, selecionados por adesão, entre discentes matriculados em uma disciplina de estágio supervisionado. Como instrumentos de coleta de dados, utilizaram-se: registros escritos, imagens de capturas de tela, gravações de áudio e vídeo durante o experimento, além dos arquivos manipulados no GeoGebra e das interações em grupos do *WhatsApp*. A análise dos dados baseou-se na identificação de elementos da TSD presentes nas ações dos participantes, confrontando-as com as hipóteses previstas na análise a priori.

A EDF apresenta um grau de complementaridade com a ED de Primeira Geração, uma vez que procura aproveitar o que foi produzido na primeira geração, adaptando-se às características e às necessidades do professor (Alves, 2018; Almouloud, 2011). Enquanto na ED são estudadas as hipóteses, as dificuldades e o contexto dos problemas, na EDF são apontadas as possíveis soluções para resolvê-los. Isso gera uma estratégia que pode ser adaptada e utilizada por outros docentes em novas situações didáticas, além de produzir conhecimentos que podem subsidiar outras produções, servindo como referência para pesquisadores em Educação Matemática.

Artigue (1995) destaca que a ED desempenha uma dupla função, podendo significar tanto concepções para o ensino, fundamentadas em resultados de investigações, quanto uma metodologia de investigação específica. No âmbito da EDF e das concepções para o ensino, esta configura-se em um *design* de investigação voltado para uma “prática com intervenção controlada, assumindo a relevância do entendimento pormenorizado dos fenômenos ensino-aprendizagem” (Alves; Catarino, 2017, p. 133).

As etapas da ED e da EDF são as mesmas, diferenciando-se essencialmente pela natureza dos objetivos de pesquisa. No contexto específico deste estudo, o foco principal foi analisar as percepções de professores em formação inicial

em relação à utilização de um recurso didático para o ensino de volumes. Nesse sentido, a metodologia adotada segue a estrutura tradicional da ED, guiando o desenvolvimento da pesquisa por meio de suas quatro etapas: (i) Análises preliminares; (ii) Concepção e análise a priori; (iii) Experimentação; (iv) Análise a posteriori e validação.

Na análise preliminar investigamos o objeto matemático deste estudo, no que diz respeito à metodologia empregada em seu ensino, seus impactos na aprendizagem, as concepções dos estudantes, a identificação de dificuldades que podem ser consideradas obstáculos para sua evolução, a análise dos sujeitos da pesquisa e o local de aplicação. O intuito foi proporcionar ao professor/pesquisador um conhecimento mais abrangente sobre o tema. Esta fase da EDF foi apresentada na segunda seção deste trabalho e compõe parte de nosso referencial teórico.

A partir deste panorama de pesquisa, na etapa de concepção e análise *a priori* elaboramos e apresentamos um recurso didático que visa o desenvolvimento dos saberes geométricos dos alunos, criando meios que possibilitam a transposição dos obstáculos identificados por meio da construção de situações didáticas. Essas situações operam sob o comando de variáveis didáticas, determinadas pelo investigador. Nesta pesquisa nos delimitamos às variáveis *microdidáticas* ou locais, que dizem respeito à organização de uma sessão didática, fundamental para a concepção da sequência de ensino. Nesta etapa, a situação didática foi elaborada com o suporte do *software* GeoGebra.

Na Experimentação ocorreu a aplicação da situação didática com os sujeitos da pesquisa e os dados foram coletados por meio de fotografias, gravações de áudios e vídeos, relatos dos participantes e material escrito. Estas informações foram analisadas pelos investigadores posteriormente.

Na análise a posteriori e validação interna foram avaliados os dados coletados durante a experimentação. Estes dados foram confrontados com os pressupostos estabelecidos durante a análise a priori, para determinar o sucesso ou insucesso do método, bem como perceber dificuldades e características intrínsecas aos futuros professores de matemática participantes desta pesquisa, como forma de propor reflexões e/ou sugestões metodológicas a serem consideradas em sua prática profissional. Para uma compreensão mais aprofundada das fases da Engenharia Didática, recomenda-se a leitura de Artigue (1995).

Nas subseções seguintes trazemos um breve panorama do que foi levantado nas três próximas fases da engenharia desenvolvida.

4. DESENVOLVIMENTO DA ENGENHARIA

Esta seção se concentra no desenvolvimento da situação didática (concepção e análise a priori), sua implementação e coleta de dados (experimentação), seguido da análise dos resultados (análise a posteriori e validação interna) da pesquisa. Nessas etapas, apresentamos o recurso didático elaborado em conformidade com os princípios da TSD e com base nas informações obtidas nas fases iniciais sobre a abordagem do conteúdo de volumes. Como resultados, identificamos impactos significativos no processo de ensino

desse conteúdo geométrico no contexto da formação inicial de professores de Matemática.

4.1. Concepção e análise *a priori*

No decorrer desta etapa, o professor precisa identificar as variáveis que podem influenciar o ensino, categorizadas por Artigue (1995) como variáveis de comando. Essas variáveis se distinguem de duas maneiras: (i) as *macrodidáticas* ou globais, relacionadas à organização abrangente do *design* instrucional; e (ii) as *microdidáticas* ou locais, relacionadas à organização específica de uma sequência ou fase do ensino. Em outras palavras, trata-se da estruturação tanto em nível global, abordando a engenharia como um todo, quanto em nível local, referindo-se à organização de uma sequência ou fase específica do ensino.

Assim, após a análise dos materiais selecionados, escolhemos uma situação-problema do ENEM que aborda o tópico “volume de um paralelepípedo”. Esta situação foi estruturada a partir das quatro fases da TSD e modelada no GeoGebra, no intuito de permitir aos participantes manipular figuras e objetos, verificando os aspectos inerentes à compreensão matemática do enunciado do problema. Além disso, o GeoGebra pode oferecer aos (futuros) docentes apoio no planejamento e na execução das atividades em sala de aula.

Nesta etapa foram escolhidas as variáveis didáticas locais, considerando um público-alvo mais restrito e a ausência da comparação de resultados com dados de pesquisas externas. O problema selecionado (Quadro 1) foi extraído da prova do ENEM do ano de 2014:

Quadro 1: Item sobre o tema de volume de um sólido.

Questão 1: O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala 1:100, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3 cm, 1 cm e 2 cm.
O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será
(A) 6.
(B) 600.
(C) 6 000.
(D) 60 000.
(E) 6 000 000.

Fonte: Enem (2014), caderno azul.

O desafio proposto instiga os participantes a identificar aspectos numéricos e geométricos intrínsecos ao enunciado. Além disso, busca-se compreender as interações entre as dimensões do armário delineadas no problema e o conceito de escala. Utilizamos a manipulação no GeoGebra para visualizar como altura, comprimento e largura estão interligados, explorando como essa relação impacta cada medida do paralelepípedo. Observamos que qualquer alteração em um desses parâmetros provoca modificações no formato do paralelepípedo e, por conseguinte, influencia seu volume. Dessa forma, a expectativa é que os participantes, ao buscarem a solução, identifiquem padrões entre as arestas e a capacidade de armazenamento do objeto, criando um modelo matemático capaz de solucionar o problema apresentado.

Diante das análises e conjecturas apresentadas, adentramos à próxima subseção, dedicada à implementação prática da ED.

4.2 Experimentação

A fase de experimentação foi desenvolvida com um grupo composto por 10 estudantes do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú, em Sobral, Ceará, Brasil. Devido à pandemia COVID-19, esta etapa ocorreu de forma virtual, por meio da plataforma

Google Meet, em um encontro com duração total de 120 minutos. Os participantes receberam o material por mensagem via aplicativo *WhatsApp*, juntamente com um arquivo do GeoGebra (formato. ggb), com a construção geométrica do problema. A decisão de disponibilizar os materiais por meio de *links* e *QR-Code* de acesso foi tomada para assegurar que todos os participantes pudessem acessar os recursos e dispositivos necessários para o desenvolvimento da experimentação.

Os participantes foram instruídos a formar três grupos, distribuídos da seguinte maneira: dois grupos com três membros cada e um grupo com quatro participantes. Vale ressaltar que neste trabalho, por se tratar do recorte de uma dissertação e dada a brevidade do manuscrito, optou-se por apresentar os resultados de apenas um dos grupos, devido ao amplo conjunto de dados analisados na pesquisa. Para facilitar a troca de informações e a elaboração de estratégias de resolução do problema, as equipes criaram subgrupos no *WhatsApp*. Devido ao isolamento social imposto pela pandemia foi necessário adaptar as fases da TSD para o ensino remoto, visando a realização de todas as etapas do processo educacional.

A coleta de dados foi realizada a partir de imagens de capturas de tela das conversas em seus respectivos grupos de *WhatsApp*, fotografias, gravação de áudios e vídeos das resoluções e anotações, visando documentar a interação com

o GeoGebra e registrar as etapas do processo de resolução. Cada grupo foi instruído a designar um representante para apresentar as soluções desenvolvidas. Ao encerrar o encontro, todos os registros foram enviados aos pesquisadores para análise e validação, como parte do contrato didático pré-estabelecido. Destacamos que, para preservar o anonimato dos participantes, eles foram identificados como P1, P2, P3 e P4.

A partir dos resultados coletados na experimentação realizamos a análise a posteriori e validação interna, examinando e confrontando os materiais com as hipóteses pré-estabelecidas durante a análise a priori. Apresentamos esta descrição na subseção seguinte.

4.3 Análise a posteriori e validação interna

Nesta etapa realizamos uma análise minuciosa das produções dos participantes, considerando não apenas a situação didática proposta, mas também as informações coletadas ao longo da experimentação. Essa avaliação abrange as diversas interações que ocorreram durante o processo, englobando as relações aluno-situação, aluno-aluno e aluno-professor, entre outras.

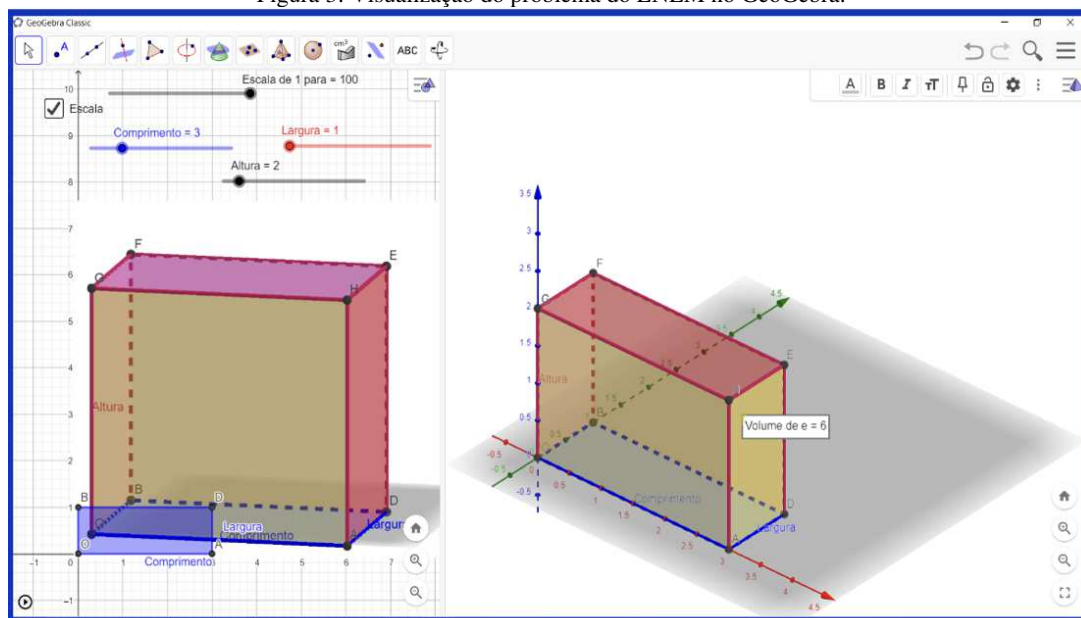
Além disso, é essencial empreender uma análise aprofundada das potenciais modificações que podem ser incorporadas ao estudo, avaliando seu impacto nos resultados alcançados em relação aos objetivos inicialmente almejados (Almouloud, 2016).

Assim, guiados pela pergunta central que orientou esta investigação, a busca pela solução ocorreu na etapa de experimentação. Após a situação didática ser desenvolvida, esta foi validada na análise a posteriori, consolidando a última fase da Engenharia Didática (ED). As variáveis *microdidáticas* foram observadas a partir da modelagem da situação didática do ENEM no *software* GeoGebra, no intuito de fornecer aos futuros docentes uma proposta didática que os auxiliasse na estruturação de soluções para esta situação-problema, bem como a reflexão e a replicação deste modelo para outras situações.

Vale destacar que a pesquisa de mestrado da qual derivam estes resultados focava na construção de soluções de problemas do ENEM sobre Volume de Sólidos para o ensino de matemática com uso de tecnologias, como proposta para a formação docente.

A condução da situação didática ocorreu através da plataforma *Google Meet*. A questão e o arquivo da construção no GeoGebra foram entregues aos participantes por meio de um *link* e *QR-Code*. Os pesquisadores estabeleceram um tempo específico para que os participantes pudessem mobilizar seus conhecimentos geométricos e discutir as suas estratégias após a leitura do problema. Além disso, os participantes foram orientados a utilizar o *software* GeoGebra para desenvolver suas estratégias. A construção da situação didática no *software* e disponibilizada aos participantes está ilustrada na Figura 3:

Figura 3: Visualização do problema do ENEM no GeoGebra.

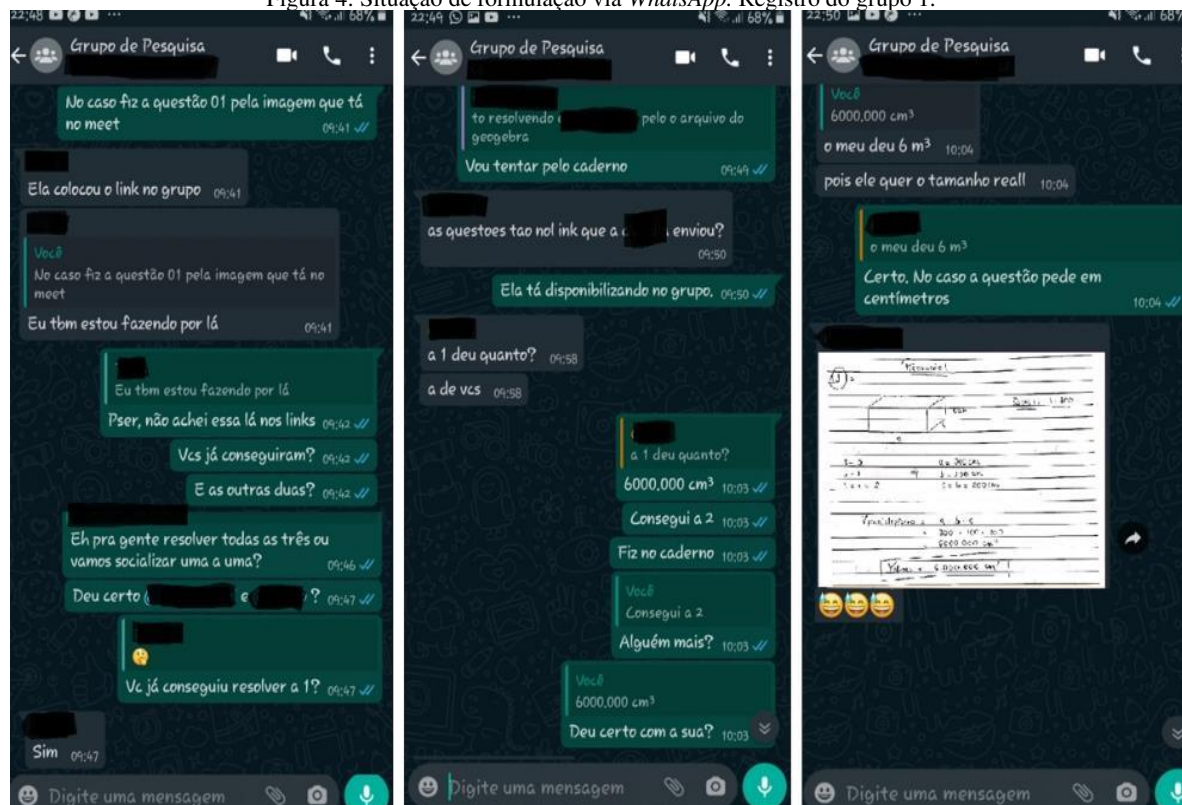


Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

Os participantes, após a leitura do problema, acessaram o arquivo da construção no GeoGebra e iniciaram os procedimentos para estruturar um modelo de solução para a questão proposta, marcando assim o início da *situação de ação* na TSD. Nesse momento, eles elaboraram conjecturas em busca de elementos, propriedades numéricas e geométricas implícitas ao enunciado do problema (Brousseau, 2008).

Após os procedimentos iniciais, os participantes trocaram informações por meio de mensagens no grupo criado no *WhatsApp* (Figura 4), buscando formular hipóteses para a resolução do problema, consolidando a *situação de formulação* da TSD, como previsto na análise a priori:

Figura 4: Situação de formulação via WhatsApp. Registro do grupo 1.



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Os membros do grupo 1 trocaram informações por meio de mensagens, elaborando um modelo matemático para a resolução do problema. É relevante salientar que eles mencionaram o uso do *software* GeoGebra para manipular a construção e desenvolver a sua solução algébrica. Além disso, destacaram a importância da construção no GeoGebra não apenas para o contexto do ensino remoto, mas também como um modelo possível de ser replicado em suas práticas docentes futuras, alinhando-se aos princípios da EDF.

Em comparação a uma atividade presencial, observou-se uma maior dificuldade na *situação de formulação* na modalidade virtual, no que diz respeito a estabelecer um diálogo mais fluido entre os participantes. Para os pesquisadores, o contato visual durante a manipulação do objeto no GeoGebra e a troca de ideias na busca por uma solução algébrica são considerados fatores importantes na construção do conhecimento.

Após a fase de formulação, deu-se início à *situação de validação*, na qual um representante do grupo apresentou as estratégias utilizadas para resolver o problema aos demais participantes. Apresentamos a transcrição de áudio captado durante a gravação do *Google Meet* no momento da apresentação. Assim, apresenta-se o relato de um dos participantes:

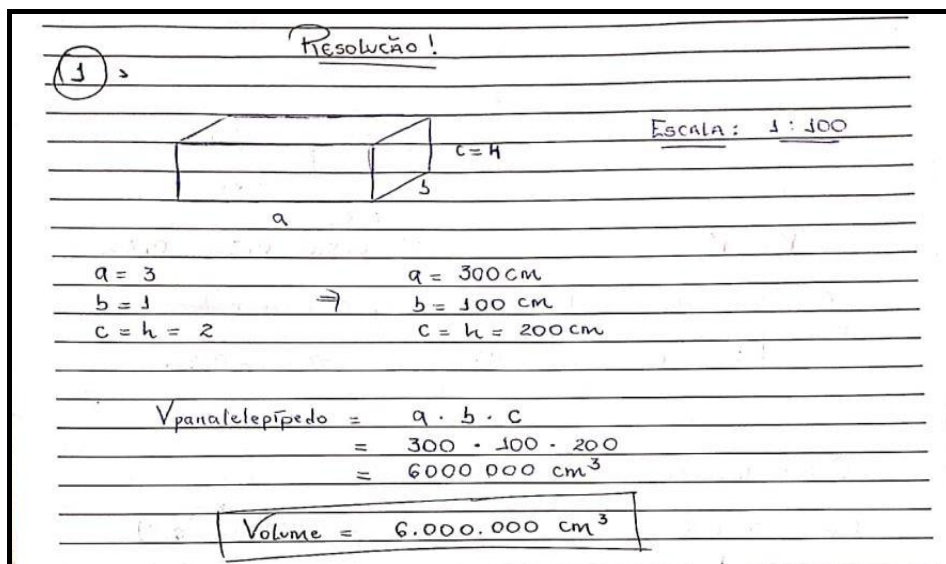
P3 - No caso, meu paralelepípedo tem as dimensões a, b e c, no caso "c" sendo a altura. Coloquei meu

"a" valendo 2cm, o "b" sendo 1cm e "c" valendo 2cm. Para que eu possa ter o volume de meu paralelepípedo eu preciso multiplicar as três dimensões: a base, a lateral da minha base e a altura. No caso, eu tenho a escala de 1 para 100, como na minha figura o valor de "a" é 3 cm, então, o tamanho real é 300, pois faço a multiplicação de 3 vezes 100. Assim, o valor "b" vai ser 100 e o valor de "c" vai ser 200. Para que eu possa ter o valor de meu paralelepípedo eu preciso fazer a multiplicação desses três valores: $300 \times 100 \times 200$. Realizando a multiplicação desses três valores eu vou ter o volume do meu paralelepípedo, que no caso é $6.000.000 \text{ cm}^3$.

Analisando o diálogo apresentado na Figura 4 e o relato do participante P3, é possível constatar que, por meio da vivência das etapas de ação, formulação e validação (situação adidática da TSD), os participantes não apenas aplicaram seus conhecimentos teóricos e práticos, mas também desenvolveram estratégias de resolução. Essas estratégias podem ser consideradas recursos valiosos a ser incorporados ao ambiente da sala de aula, enriquecendo, portanto, a experiência formativa dos envolvidos.

O registro escrito da Figura 5 mostra que os participantes efetuaram o cálculo no ambiente lápis e papel, a fim de estabelecer uma resolução matemática escrita para a situação didática proposta, conforme previsto na análise a priori:

Figura 5: Modelização algébrica da solução do problema.



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Observa-se que o grupo utilizou a intuição relacionada ao volume de um bloco retangular para realizar o registro algébrico da solução do problema 1. Ao interpretar adequadamente o enunciado, eles estabeleceram uma relação na escala de 1:100 para calcular as dimensões reais do paralelepípedo, convertendo e determinando os valores numéricos das medidas, $a = 300 \text{ cm}$, $b = 100 \text{ cm}$ e $c = 200 \text{ cm}$. Para concluir o raciocínio, efetuaram o cálculo utilizando a expressão que define o volume do paralelepípedo, conforme previsto na análise *a priori*:

$$\begin{aligned} V_{\text{paralelepípedo}} &= a \cdot b \cdot c \\ V_{\text{paralelepípedo}} &= 300 \cdot 200 \cdot 10 \\ V_{\text{paralelepípedo}} &= 6.000.000 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Assim, o grupo conclui que o volume real do armário é de $6.000.000 \text{ cm}^3$.

Após passar pelas etapas de ação, formulação e validação, a pesquisadora reassumiu o controle da sessão, conduzindo uma análise das estratégias de resolução apresentadas pelos participantes para um único problema. Essa análise envolveu a explicação das variáveis didáticas e a abordagem dos obstáculos que surgiram durante as tentativas de resolução. É importante destacar que durante a institucionalização, a mediação foi conduzida com apoio do *software* GeoGebra, para comparar o modelo gerado no ambiente computacional e o modelo matemático apresentado no enunciado da questão.

Por se tratar de um contexto de formação de professores, acreditamos ser fundamental relacionar o uso desse recurso didático para estabelecer e validar as propriedades formais do conteúdo implícito na questão. Isso visa antecipar uma situação de aula para o futuro docente, enriquecendo o ambiente de formação.

No que diz respeito ao uso do *software* GeoGebra, os participantes destacaram sua importância tanto para desenvolver estratégias de resolução quanto para a comprovação dos resultados. Isso se deve a possibilidade de visualizar elementos e propriedades geométricas, ajustando um padrão de resolução mais lógico e dedutivo.

Quanto à TSD, mesmo com os obstáculos decorrentes devido à natureza remota da aplicação, que originalmente foi concebida para o modelo de ensino presencial, foi possível identificar todas as dialéticas desenvolvidas pelos futuros docentes. A integração entre as dialéticas da TSD e os recursos tecnológicos propiciou uma participação adequada e eficaz dos sujeitos na apropriação dos saberes geométricos, o que nos forneceu um modelo didático-pedagógico com potencial para ser utilizado no processo de ensino e aprendizagem, tanto na Educação Básica quanto no contexto da formação de professores.

Apesar dos resultados indicarem apropriação dos conceitos de volume e uso eficaz do GeoGebra pelos participantes, também foram observadas limitações relevantes. A condução remota impôs obstáculos à fluidez das interações, especialmente na fase de formulação, dificultando a comunicação síncrona entre os grupos. Além disso, nem todos os participantes demonstraram familiaridade prévia com o *software* GeoGebra, o que exigiu tempo adicional de orientação técnica. Notou-se também que alguns estudantes apresentaram dificuldades em transitar da representação visual para a linguagem algébrica formal, indicando lacunas na formação anterior. Esses achados evidenciam a importância de aprofundar a mediação docente no uso de tecnologias e de prever momentos mais estruturados para discussão entre pares, mesmo em ambientes online.

5. CONCLUSÃO

Este estudo teve como objetivo apresentar uma proposta de EDF para o ensino do conceito de volume, baseada em uma situação didática extraída do ENEM e desenvolvida no *software* GeoGebra. O propósito foi oferecer aos docentes um recurso didático-pedagógico que os auxiliasse no ensino do tema.

Os pesquisadores, que também são professores na Educação Básica e Superior, observaram que os alunos enfrentam dificuldades no aprendizado dos conceitos geométricos abordados no estudo. A análise das referências revelou dois obstáculos no ensino de conteúdos geométricos: as

dificuldades na compreensão de conceitos matemáticos que demandam maior capacidade de abstração, especialmente aqueles relacionados a objetos em perspectiva 3D, bem como a falta de práticas vinculadas à atividade profissional futura dos docentes em aulas de Matemática.

A modelagem da situação didática no GeoGebra facilitou a compreensão do conceito de volume do paralelepípedo e a resolução do problema. Os futuros professores puderam visualizar o sólido projetado em segunda e terceira dimensões, o que permitiu a comparação do tamanho escalar e real. Isso ajudou na identificação de elementos e propriedades matemáticas presentes no enunciado da questão, contribuindo para a compreensão dos conceitos geométricos da situação-problema.

É crucial destacar que os recursos tecnológicos utilizados desempenharam um papel fundamental no desenvolvimento e na coleta de dados desta pesquisa. Além disso, foram essenciais para a criação de um recurso didático-metodológico que promovesse maior autonomia dos participantes na construção de novos conhecimentos. Conforme o quadro teórico apontado, os livros didáticos adotados nas escolas brasileiras pouco oferecem metodologias que explorem ferramentas tecnológicas para abordar o tema, evidenciando a importância da experiência com o GeoGebra no ensino de volume de sólidos geométricos e sua capacidade de se estender a outros conteúdos matemáticos.

No que diz respeito à aplicação remota da pesquisa, é relevante ressaltar que ela proporcionou uma perspectiva única aos futuros professores. A abordagem em um ambiente virtual enriqueceu significativamente seus currículos, oferecendo uma experiência inovadora para a formação no curso de Licenciatura em Matemática. Além disso, a pesquisa apresentou um modelo didático com potencial para ser replicado em outros contextos, buscando promover um ensino que incentive e fortaleça a autonomia do estudante.

A integração da TSD e do *software* GeoGebra é de grande valor para elaborar situações didáticas que capacitam os professores a desenvolver os conteúdos de Geometria Espacial, partindo da exploração de diversas linguagens, como visual, verbal, geométrica e textual. Além disso, a TSD e a EDF, de forma articulada, têm um importante papel ao possibilitar a previsão atitudinal dos estudantes em situações de aula, contribuindo para a identificação de obstáculos cognitivos, epistemológicos e didáticos relacionados ao conteúdo abordado na pesquisa.

A ED estendida para o contexto da EDF enquanto metodologia de pesquisa auxiliou os pesquisadores a compreender os fenômenos do processo de ensino e aprendizagem de certos conhecimentos matemáticos. Consideramos isso como fundamental para o planejamento das ações didáticas dos futuros docentes, bem como para a análise dos dados coletados. Tal articulação possibilitou a organização de um plano de ensino que pode orientar o professor na construção, formação, observação e análise de situações didáticas, aprimorando sua prática em sala de aula. É relevante frisar que, durante a aplicação da situação, surgiram alguns obstáculos devido à natureza remota da

pesquisa. Oscilações no sinal de internet durante o encontro virtual e dificuldades de comunicação entre pesquisadores, participantes e membros do grupo foram identificadas, especialmente na segunda fase da TSD, a etapa de formulação. Além disso, na modalidade remota, a situação de formulação foi prejudicada por limitar parcialmente a interação e a troca de ideias entre os participantes, dificultando o acompanhamento efetivo de algumas estratégias de resolução pelos participantes. Sugere-se considerar a disponibilidade de mais recursos, como pessoal adicional e equipamentos para melhorar a coleta de dados.

É importante reconhecer que esta investigação apresentou limitações que restringem a generalização dos resultados. A amostra reduzida, composta por apenas um grupo de estudantes, e a realização da atividade em ambiente remoto dificultaram uma análise mais abrangente das interações entre pares e da mediação docente. Além disso, a ausência de uma coleta sistemática de percepções dos participantes, por meio de entrevistas ou questionários reflexivos, impediu a construção de categorias analíticas mais refinadas sobre o impacto formativo da proposta.

Futuras pesquisas podem aprofundar a experimentação em contextos presenciais, com grupos maiores e maior controle sobre as variáveis didáticas. Sugere-se, também, a ampliação da investigação para outros tópicos da Geometria Espacial, como prismas, cilindros ou pirâmides, aplicando os mesmos princípios da TSD com apoio do GeoGebra. Estudos longitudinais, que acompanhem a apropriação desses recursos ao longo da formação docente, poderão trazer contribuições significativas para o campo da Educação Matemática.

Diante das condições em que a experimentação ocorreu, bem como o propósito do estudo, consideramos que o objetivo da pesquisa foi alcançado, visto que conseguimos introduzir um recurso didático capaz de aprimorar as práticas do professor, especialmente no ensino do conceito de volume, com a versatilidade de ser facilmente integrado a outros temas matemáticos dentro do contexto remoto. Além disso, ao conceber a situação didática, buscamos não apenas estimular os participantes a ponderar sobre a relevância da diversidade de recursos didáticos na construção de novos conhecimentos, mas também destacar situações recorrentes na prática docente. Dessa maneira, ressaltamos a importância de valorizar as distintas abordagens adotadas pelos estudantes na resolução de situações-problema, fomentando a autonomia na construção de conhecimentos geométricos por parte dos mesmos.

6. REFERÊNCIAS

- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. UFPR.
- Almouloud, S. A. (2011). PCMA debate Engenharia didática de Segunda Geração. [Entrevista concedida a] Ana Paula Machado & laressa Santos. *Jornal da UEM, Maringá*, (102). <http://www.jornal.uem.br/2011/index.php/edicoes-2011/88-jornal-102-outubro-2011/781-pcm-debate-engenharia-didatica-de-segunda-geracao>.

- Almouloud, S. A., & Silva, M. J. F. (2012). Engenharia Didática: evolução e diversidade. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(2), 22-52. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p22>
- Alves, F. R. V. (2018). Engenharia Didática de Formação (EDF): sobre o ensino dos números (Generalizado) de Catalan (NGG). *Educação Matemática Pesquisa*, 20(2), 47-83. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i2p47-83>
- Alves, F. R. V., & Catarino, P. M. M. C. (2017). Engenharia Didática de Formação (EDF): Repercussões para a formação do professor de matemática no Brasil. *Matemática em Revista-RS*, 2(18), 121-137.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. In: M. Artigue, R. Douady & L. Moreno (Eds.), *Ingeniería Didáctica em Educación Matemática: um esquema para la investigación y la innovación em la enseñanza y las matemáticas* (pp. 36-61). Grupo Editorial Iberoamérica.
- Artigue, M. (2020). Didactic engineering in mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, Springer, p. 202-206.
- Awila, H. F. De. (2017). *Uma análise da contribuição do GeoGebra como recurso interativo para o estudo de área e volumes* [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria]. Repositório Digital da UFSM.
- Brasil. Ministério da Educação do Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>
- Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. (Thèse doctorat, Université Bourdoux I). Thèses en ligne (TEL).
- Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. Ática.
- Corrêa, N. B. de O. et al. (2019). A abordagem dos três momentos pedagógicos no ensino de geometria espacial: contribuições de uma sequência didática. Em CECIFOP (ed.), *Anais do II Congresso Nacional de Ensino de Ciências e Formação de Professores*. Catalão.
- Costa, A. C., Bermejo, A. P. B., & Moraes, M. S. F. (2009). Análise do Ensino de Geometria. *X Encontro Gaúcho de Educação Matemática*, 1-10.
- Dante, L. R. (2016). *Matemática: Contexto & Aplicações*. Ática.
- Douady, R., & Perrín-Glorian, M. J. (1989). Um processo d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, 20(4), 387-424. <https://doi.org/10.1007/BF00315608>.
- Figueiredo, A. P. N. B., Bellemain, P. M. B., & Teles, R. A. M. (2014). Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como os alunos do ensino médio lidam com situações de comparação. *Bolema*, 28(5), 1172-1192. <https://doi.org/10.36397/emteia.v11i2.247850>.
- Iezzi, G., Dolce, O., Degenszajn, D., Périgo, R., & Almeida, N. (2016). *Matemática: ciências e aplicações*. Saraiva.
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2010). *Provas do ENEM*. Ministério da Educação do Brasil. <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2022). *Matriz de Referência do ENEM*. Ministério da Educação do Brasil. <https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-contenido/acervo-linha-editorial/publicacoes-institucionais/avaliacoes-e-exames-da-educacao-basica/matriz-de-referencia-de-matematica-alinhada-a-bncc>
- Manrique, A. L., Silva, M. J. F., & Almouloud, S. A. (2002). Conceitos Geométricos e formação de professores do ensino fundamental. *Trabalho apresentado na 25ª Reunião Anual da ANPED*. <http://www.anped.org.br>
- Oliveira, J. S. (2017). *A Engenharia Didática como referência para a ação pedagógica reflexiva: o caso da área de figura planas irregulares com o GeoGebra* [Dissertação Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba – Campina Grande].
- Siqueira, C. F. R. De. (2013). *Didática da matemática: uma análise exploratória, teoria e prática em curso de literatura*. [Dissertação Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre].
- Sousa, R. T., Azevedo, I. F., & Alves, F. R. V. (2021). O GeoGebra 3D no estudo de Projeções Ortogonais amparado pela Teoria das Situações Didáticas. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 28(5), 92-98.
- Sousa, R. T., Alves, F. R. V., & Souza, M. J. A. (2022). GeoGebra 3D em la enseñanza de las cuádras: posibilidades de transposición didáctica a través de la visualización Geométrica. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 17(1), 22-34.
- Souza, E. S., & Bulos, A. M. M. (2011). A ausência da geometria na formação dos professores de matemática: causas e consequências. Em XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, *Anais...* Recife: CIAEM-IACME.
- Van der Mer. I. A. Da S. (2017). *Ensino de áreas e volumes: articulação do mundo físico com os objetos geométricos e suas representações*. [Produto Educacional de Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Uberlândia – Ituiutaba].

ROSALIDE CARVALHO DE SOUSA

Licenciada em Ciências Habilitação em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA). Pós-Graduada em Metodologia do Ensino Fundamental e Médio, pela Universidade Estadual Vale do Acaraú. Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará - IFCE. Professora efetiva da Secretaria de Educação do Estado do Ceará – SEDUC. Doutoranda em Ensino pela Rede Nordeste de Ensino (RENOEN), campus do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE).