

La construction en actes du sujet : l'exemple de la division

Jeanne GUIET-SILVAIN
jeanne.guiet-silvain@u-paris.fr

*Maître de conférences, HDR : habilitée à diriger des recherches, Université Paris Cité, département de Sciences de l'éducation et de la formation, 45 rue des Saints pères, 75006 Paris
Laboratoire EDA – EA4071, Université Paris Cité
Et laboratoire CAREF – UPJV, EA 4697, Université Picardie Jules Verne*

Résumé

A partir d'une recherche dans le cadre de ma thèse sous la direction de Gérard Vergnaud (1994), nous avons noté au début de mes observations, des différences et des ressemblances dans l'exécution de la division chez des élèves de fin d'école élémentaire et du début du collège. Mes analyses ont alors décrit et expliqué leur organisation cognitive grâce à des méthodes statistiques, rendant compte de stratégies comportementales, sur lesquelles se manifestent les conceptions et les pertinences accordées aux situations par le sujet. Certains processus de modélisation, ici étudiés, font appel aux analyses implicatives et à celles des similarités qui permettent, en effet, d'identifier des conceptions cohérentes individuelles et collectives au niveau des groupes étudiés. Nous insisterons ici sur la portée théorique majeure de la notion de schème de Gérard Vergnaud, s'appuyant ici sur des travaux statistiques exprimant en partie l'organisation cognitive du sujet.

Mots-clefs : Conceptualisation, schème, chemins cognitifs.

Resumen

A partir de una investigación en el marco de mi tesis bajo la dirección de Gérard Vergnaud (1994), habíamos notado al comienzo de mis observaciones, diferencias y similitudes en la ejecución de la división entre alumnos al final de la escuela primaria y principios de la escuela media. Mis análisis luego describieron y explicaron su organización cognitiva gracias a métodos estadísticos, dando cuenta de estrategias conductuales, sobre las cuales se manifiestan las concepciones y relevancia otorgadas a las situaciones por el sujeto. Algunos procesos de modelización, estudiados aquí, recurren a análisis implicativos y de similitudes que permiten, de hecho, identificar concepciones individuales y colectivas coherentes al nivel de los grupos estudiados. Insistiremos aquí en la gran significación teórica de la noción de esquema de Gérard Vergnaud, apoyándonos aquí en trabajos estadísticos que expresan en parte la organización cognitiva del sujeto.

Palabras clave: Conceptualización, esquema, caminos cognitivos.

Abstract

Following research as part of my thesis under the supervision of Gérard Vergnaud (1994), we noted, at the beginning of my observations, various differences and similarities in the way division was assimilated by end-of-year students of elementary school and those in early middle school. My analyses at the time described and explained their cognitive organization using statistical methods, taking into account behavioral strategies, through which different concepts and a certain relevance were applied to the situations by the subject. A number of modeling processes, studied here, call for the analyses of implications and similarities which, in fact, make it possible to identify coherent individual and collective

conceptual processes at the level of the groups studied. We will insist here on the major theoretical extent of Gérard Vergnaud's notion of scheme, based on statistical work expressing, in part, the cognitive organization of the subject.

Keywords: *Conceptualization, scheme, cognitive paths.*

Resumo

A partir de uma pesquisa no âmbito de minha tese sob orientação de Gérard Vergnaud (1994), havíamos notado, no início de minhas observações, diferenças e semelhanças na execução da divisão entre alunos do final do ensino fundamental e início do ensino médio. Minhas análises, então, descreveram e explicaram sua organização cognitiva graças a métodos estatísticos, dando conta de estratégias comportamentais, nas quais se manifestam as concepções e relevância atribuídas às situações pelo sujeito. Alguns processos de modelação, aqui estudados, apelam a análises implicativas e de similitudes que permitem, de facto, identificar concepções individuais e colectivas coerentes ao nível dos grupos estudados. Insistiremos aqui na grande significação teórica da noção de esquema de Gérard Vergnaud, apoiando-nos aqui em trabalhos estatísticos que expressam em parte a organização cognitiva do sujeito.

Palavras-chave: Conceituação, esquema, caminhos cognitivos.

1. INTRODUCCIÓN

Compte-tenu du cadrage théorique général autour de la théorie de Gérard Vergnaud, (Guiet-Silvain, 2021a)¹ que nous proposons ici, nous appréhendons la question de la construction des connaissances et celle liée à l'activité du sujet selon le sens de ce qu'il leur attribue, ceci sous ses différents aspects (Guiet-Silvain, 2007a).

Gérard Vergnaud, théoricien et architecte de la notion de schème, (ou organisation invariante de la conduite dans une classe de situations déterminées) nous propose un modèle implicite de l'action du sujet et est à considérer en termes d'invention cognitive (Vergnaud, 1985) La pertinence et l'intérêt du concept de schème peut rendre compte de l'organisation générale de l'activité dès que celle-ci s'engage à faire fonctionner diverses adaptations dans les diverses situations rencontrées par le sujet. Les questions soulevées par le statut scientifique aujourd'hui accordé au concept de schème de Vergnaud, mettent en évidence la dimension de la conceptualisation présente au cœur de l'activité et permettent de comprendre en quoi cette activité est

organisée, efficace et parfois leurrante. Les importances données par le sujet lui-même, permettent de penser son activité du point de vue de ses schèmes et de ses diverses conditions d'existence (Vergnaud, 1996).

L'étude que nous présentons ici concerne les difficultés et les erreurs observées chez des élèves de fin d'école élémentaire et du début du collège (âge moyen des élèves : de 8 ans jusqu'à 13 ans environ)². Les normes disciplinaires rendent compte de difficultés chez les élèves, à cause des connaissances établies ou développées. Le contexte donne sa signification du conflit rencontré par l'élève, alors conduit à résoudre cette opération mathématique. L'élève est amené à changer ou à résister : il rend le changement souhaitable, attractif et recherché ou au contraire problématique, néfaste et écarté. Les élèves, dès lors qu'ils subissent des intégrations de réponses automatisées, se soumettent aux lois du hasard, à des généralisations, des contradictions, étant légion et à géométrie variable, au sein d'une régulation épistémique. Il me fallait ainsi analyser les activités des apprenants et les obstacles fort nombreux que j'avais observés en situation. Ici est mise en jeu l'organisation de l'activité qui s'adapte en

¹ Je rends ici hommage à Gérard Vergnaud, pour son œuvre et ses grandes qualités humaines : « Hommage à Gérard Vergnaud (1933-2021) » XI Colloque International A.S.I. Analyse Statistique Implicative, XI International Conference Statistical Implicative Analysis, Belfort (France) – 3-6 Novembre 2021, <https://sites.univ-lyon2.fr/asi/11/?page=7>.

² Cette étude, débutée dans le cadre de la thèse sous la direction de Gérard Vergnaud a été poursuivie par la suite, avec d'autres populations d'élèves.

fonction de l'expérience, et qui donne une vision des constructions de significations permettant d'en caractériser le caractère à la fois singulier et générique.

Ma préoccupation était de trouver un moyen de comprendre les filiations et les ruptures dans les raisonnements des élèves (Guiet, 1994b). Dans ce cas, analyser et apprécier les diverses dimensions des difficultés rencontrées par les élèves, supposait d'identifier des liaisons dans un ensemble de repères et d'expressions, afin de mettre en évidence une structure cognitive commune chez un ensemble d'élèves de niveau scolaire équivalent. L'évaluation de la stabilité ou la variabilité des erreurs des sujets nécessitait la mise en œuvre d'une méthode appropriée (Guiet-Silvain, 2007b).

Tout en faisant clairement ressortir la difficulté éprouvée par l'élève lors de la résolution de telle ou telle opération, la présence et les formes de cette même difficulté paraissaient peu mesurables. Il me fallait, donc trouver une méthode statistique répondant à l'identification et à la hiérarchisation des erreurs des élèves.

2. Principaux éléments théoriques

2.1. La démarche théorique de Gérard Vergnaud et le concept de schème

Gérard Vergnaud a choisi d'opposer un examen de la diversité des apprentissages selon des concepts à la fois peu nombreux et organisés en système. Cette ligne de conduite épistémologique a fréquemment été explicitée par qui a coutume de dire qu'« *une bonne théorie comporte peu de concepts, fortement imbriqués entrecroisés* ». Il ajoute également : « *En d'autres termes, les conceptualisations sont la mémoire des effets que les objets ont permis d'obtenir au cours de l'histoire des actions du sujet* » (Vergnaud, 2007).

Déjà, le cheminement théorique suivi par Piaget envisageait cette perspective théorique :

« L'évolution des connaissances va s'orienter en deux directions opposées, mais complémentaires, liées à une différenciation croissante du sujet et de l'objet [...]. Ces connaissances, issues d'une prise de connaissance de la réalité, ont la caractéristique de demeurer constamment sous la dépendance des actions ou opérations du sujet »³.

Piaget n'est cependant pas le seul auteur à avoir introduit le concept de schème dans la psychologie de l'enfant. Vergnaud et Récopé (2000), soulèvent l'hypothèse que Piaget a considéré l'importance du schème en fréquentant les leçons de Janet à Paris, au Collège de France en 1920. De plus, apparaît antérieurement à ces travaux, ceux de Revault d'Allonnes (1920). Voici comment Janet l'évoque : « *Il y a quelques années, dans une série d'articles, M. Revault d'Allonnes proposait le mot schème : c'est un schéma d'action, qui peut être éveillé sommairement dès la stimulation initiale. Sous ce nom de schème ou d'acte perceptif, on peut grouper un très grand nombre de conduites* » (Janet, 1929/1984, p. 43-44).

Les positions théoriques de Piaget et de Vergnaud se chevauchent et soulèvent une question centrale : il s'agit bien de comprendre les élaborations de ces connaissances qui se jouent chez le sujet. L'idée de structure et d'invariant était présente chez Jean Piaget (1936), transposés à sa théorie du développement chez l'enfant. Piaget fait du concept de schème un élément central de sa théorie de l'adaptation : le schème est en effet le moyen d'assimiler de nouveaux objets et de s'accommoder aux propriétés nouvelles qu'ils présentent par rapport aux objets antérieurement assimilés. Lors de l'élaboration de leurs théories respectives, une analyse pilotée par le schème de Vergnaud permet de l'envisager en tant qu'unité d'analyse. Un renversement de perspective a consisté pour Vergnaud à qualifier la structure de l'intelligence au-delà de celle proposée par Piaget. Notamment, il interroge l'acquisition des

³http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/ModuleFJP001/index_gen_page.php?IDPAGE=313&IDMODULE=72

connaissances permettant à l'apprenant d'ordonner et d'effectuer le réel lui-même.

Ce travail théorique propose un cadre critique qui œuvre sur les questions orientées sur le réel. Ces questions peuvent évoluer dans l'étude des questions vives autant sur la didactique, sur la formation scolaire que professionnelle, sur le développement des enfants, ainsi que celui des adultes. Il s'agit ici d'appréhender des systèmes d'attente et des effets attendus, puisque ce sont eux qui génèrent l'action. Au cœur de celle-ci, le schème suggère un travail sur une interprétation des actions du sujet consistant en buts à atteindre, et permettant d'engendrer des sous-buts et des anticipations (par exemple, le sujet doit anticiper l'ordre de grandeur du quotient d'une division dans ses calculs). Son existence même reconnaît les règles d'action et d'enchaînement conditionnel des opérations, dont la fonction propre est de générer la conduite, qui sont parfois difficilement perceptibles dans une observation directe.

En effet, dès que le sujet sélectionne et traite l'information qu'il juge pertinente, ceci implique la « faisabilité », mais on peut aller plus loin encore, si on considère que le fonctionnement cognitif d'un sujet part d'un ensemble de schèmes disponibles. La question fondamentale de leur organisation, comprend le long chemin de la conceptualisation que l'apprenant parcourt au fil du temps.

1.2. La conceptualisation

La prise en compte des questions incluses à la conceptualisation nous semble permettre de noter des retours en arrière, des anticipations, des cheminements dans la durée. Elle permet essentiellement de privilégier l'entrée par le sujet. Ces éléments-clefs suivent l'accès aux concepts par l'activité du sujet. Ils subissent des flux, flux de la conscience, flux de la perception, flux de l'imagination : « *Le flux de la perception fait partie intégrante du flux de la conscience, de*

même que le flux de l'imagination, associé ou non à la perception »⁴.

Le schème selon Vergnaud est bien une explosion conceptuelle. Loin d'être un idéal ou une aspiration chimérique, on peut aussi juger de manière spécifique de la pertinence du raisonnement du sujet, du moins en partie, les invariants opératoires en conduisent le fonctionnement dans différentes situations (Vergnaud, 1989). Les invariants opératoires constituent la composante la plus épistémique du schème. Ils identifient les objets, leurs propriétés, leurs relations, et les transformations que ces objets subissent. Ils reconnaissent les circonstances actuelles comme étant voisines de celles qu'il a déjà assimilées au cours du passé. Or, la base conceptuelle des schèmes est souvent implicite, ceci fonde une empreinte majeure à l'avenir de la recherche, fondée sur les bases théoriques de Vergnaud (1996).

Certaines questions ont fondé nos perspectives. Comment ces actes propres du sujet le conduisent-ils à calculer règles et anticipations, en fonction de l'information prélevée dans la situation ? Comment l'apprenant prend-il en compte les caractéristiques particulières de la situation rencontrée et lesquelles précisément ? Les schèmes sont « *opportunistes et systématiques* » (Vergnaud, 2007). Vergnaud souligne : « *C'est aussi dans les schèmes qu'il nous faut rechercher la première expression des concepts organisateurs de l'activité ; enfin les activités langagières et symboliques sont elles-mêmes engendrées par des schèmes de dialogue et d'énonciation* » (ibid, 2007, p.2).

Ajoutons que la reconnaissance d'un invariant peut être médiatisée par l'interaction sociale : celle-ci reste un acte propre du sujet. Des possibilités d'inférence permettent de calculer règles et anticipations, en fonction de l'information prélevée dans la situation et des invariants opératoires pertinents, et se font en fonction des caractéristiques particulières de la situation rencontrée. Les théorèmes-en-acte, propositions

⁴(https://isfecauvergne.org/IMG/pdf/article_de_Vergnaud.pdf).

implicitement tenues pour vraies dans le réel, les caractérisent et autorisent dans les situations rencontrées les conditions de leur fonctionnement (Vergnaud, 1985).

Les prises d'information et la démarche perceptive sont au centre de l'activité des sujets puisqu'elles orientent chaque prise de décision. C'est l'organisation conceptuelle du sujet qui est alors sur la table, les schèmes qui la sous-tendent, la favorisent, ou bien la freinent. Leur spécificité constitue le sens de la relation à la situation, le schème peut se définir ainsi : c'est une compétence. Ajoutons que l'intention, le désir, la perception conduisent la conscience. La forme prédicative et opératoire de la connaissance est ainsi un éclaircissement notable à formuler dans les analyses fines de l'organisation de l'activité.

1.3. La théorie des champs conceptuels

Le cadre envisagé par Vergnaud pour l'étude du développement et de l'apprentissage intéresse la didactique notamment pour l'étude des compétences complexes. Cela « *intéresse la didactique mais elle n'est pas à elle seule une théorie didactique* » (Vergnaud, 1990/1996, p197)

A partir de cette question, la théorie des champs conceptuels (Vergnaud, 1990) nous renvoie à des situations variées, et à l'étude des nombreuses classes de situations. A ce titre, cette théorie suggère leur articulation avec d'autres concepts. L'intérêt marqué sur les filiations et les ruptures organise bien le propos de Vergnaud sur la théorie de l'activité, permettant de savoir comment le sujet s'engage dans l'activité et également le(s) décours de son cheminement. Une situation familière peut avoir du sens : « *Une situation qui a du sens c'est une situation qui permet au sujet d'engager une activité, de l'amorcer au moins sinon de la conduire jusqu'au bout* » (Vergnaud, 1999, p.209).

La théorie des champs conceptuels suppose d'envisager de manière plus extensive des

compléments de réflexion. De prime abord, la lecture de cette théorie dans la perspective de l'apprentissage par adaptations successives du sujet (Vergnaud, 2010) permet de détecter dans les actions ce qui est invisible au premier abord, dès que l'on saisit par l'esprit des phénomènes de la conceptualisation. Dans la durée par ailleurs, la conceptualisation dans une situation locale au départ permet l'étude des filiations et des ruptures dans les actions du sujet. « *Un concept ne prend pas sa signification dans une seule classe de situations et une situation ne s'analyse pas à l'aide d'un seul concept* » (Vergnaud, 1999, ibid. p.241).

Ce cadre théorique est en concordance totale avec la question de l'étude de la complexité des savoirs. Cet ordre de la complexité accordée par l'enfant subit un ordre partiel, qui donne lieu à des apprentissages de notions relativement indépendantes, les chemins suivis étant enracinés dans la représentation des situations et de leurs caractéristiques.

C'est bien la nature du rapport au savoir mathématique qui est en jeu dans certains travaux de Vergnaud (2010). L'apprenant doit cerner ce qu'il faut faire et se confronter au réel. Cette discipline mentale est peu engageante parfois et détourne le regard de l'apprenant. Certaines situations voient apparaître une influence superficielle, engagée dans des situations d'exemple, souvent orientée vers une gestion simplifiée. Vergnaud précise : « *C'est l'organisation qui est invariante, non pas l'activité, ni la conduite : le schème n'est pas un stéréotype, l'algorithme non plus. Un schème engendre une diversité de conduites et d'activités selon les caractéristiques particulières des situations rencontrées. Cette fonction d'adaptation conduit à identifier dans le schème des règles « si...alors » qui relie les actions à des conditions et des circonstances* » (Vergnaud, 2002).

Partant de l'idée que : « *Chacun de ces concepts comporte en effet plusieurs propriétés dont la pertinence est variable selon les situations à traiter* », Vergnaud (1990, p.144) en déduit la

nécessité d'un découpage large de situations et de concepts, d'où les nombreuses études qui lui ont été associées de la part de ses collaborateurs et des nombreuses thèses de doctorat qu'il a conduites⁵.

3. Une étude exploratoire : les erreurs dans les divisions

Le fonctionnement cognitif d'un sujet part d'un ensemble de schèmes disponibles. L'enfant reconnaît ainsi des analogies entre ce qu'il connaît déjà et ce qu'il découvre. La reconnaissance de ces invariants permet la généralisation du schème. Les travaux de Brown et Van Lehn (1980) et Van Lehn (1990), mettent en évidence les cas d'erreurs systématiques et leur caractère particulièrement organisé. A partir de leurs travaux sur l'algorithme de la soustraction, ils ont développé une théorie qu'ils appellent "Repair Theory". L'élève procède à une "réparation" de ces schèmes afin d'obtenir un résultat ; son problème étant de conduire son calcul jusqu'à la fin. Dans l'exposé fait au colloque "*Vingt ans de didactique des mathématiques*", Lemoyne, Brun et Conne (1993) développent et illustrent le fait que les modèles des erreurs, s'ils veulent être fidèles, doivent rendre compte du fait qu'elles résultent d'anticipations et d'inférences faites par le sujet⁶. Les erreurs sont pour eux des formes provisoires et éventuellement durables de ce schème en construction.

Mes premiers travaux dans le cadre de ma thèse avec Vergnaud (Guiet, 1994b) et la poursuite de ceux-ci dans d'autres champs de recherche associés (Guiet-Silvain, 1997, 2012a, 2012b,

⁵ Voir à ce propos le site internet de Gérard Vergnaud : <https://gerardvergnaud.wordpress.com>

⁶ In « *Vingt ans de didactique des mathématiques en France, Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud* », Auteur(s) : Artigue Michèle. Dir. ; Gras Régis. Dir. ; Laborde Colette. Dir. ; Tavinot Patricia. Dir., La Pensée Sauvage éditions : Grenoble.

2021) ont été centrés sur une question didactique à mes yeux décisive, non seulement complexe, mais souvent contre intuitive par rapport au geste d'addition : la maîtrise du calcul de la division. Il s'agissait d'éclairer la manière dont cette démarche se construit lentement dans la conscience enfantine, la manière aussi dont peuvent s'envisager les procédés les plus simples et les plus clairs pour en favoriser l'enseignement. Une attention toute particulière a concerné : la notion d'« obstacle épistémologique » initiée par Gaston Bachelard (1934), celle de « schème » initiée par Gérard Vergnaud (1996).

Une combinatoire complexe de mécanismes est en jeu, liée à l'existence même des obstacles épistémologiques selon les regards qu'on y porte. Une étude de la division à l'école se réduit bien souvent à la mise en place de la technique opératoire dans laquelle s'installent des désignations générales, au sein de situations où le jugement prend une large place, la pensée de l'apprenant émergeant bien avant la mise en place de concepts isolés. La signification est associée à un processus ciblé d'opérations intellectuelles. Par extension, se posent ainsi les questions relatives aux liaisons et relations causales ou dynamiques, structurant les apparences allouées à la résolution des opérations arithmétiques.

Les problèmes que pose cet enseignement à l'école élémentaire, voire au collège, supposent de mettre en lumière l'exploration de ce domaine dans une étude systématique des liens, de ce qui domine dans ces axes de pensée, également dans ses généralisations et de ce qui structure leurs significations. Les caractères erronés des conceptions, intégrés dans des assimilations de schémas, guidés de forts renforts de répétitions, permettent au sujet de transférer, d'agencer, d'expliquer quelque chose qui lui paraît incompréhensible et à quoi il accorde une interprétation, dans un univers où se disjoignent ou s'entremêlent ses justifications et ses convictions. Un solipsisme pour le sujet, ne jouant aucun rôle constructif, positif ou formateur,

montre que les concepts utilisés à géométrie variable, sont le pur produit de leur activité spontanée. Celle-ci suit une attitude souvent observée, transformant parfois l'interprétation de ses signes écrits, ce qui permet la subordination de ses apprentissages à ses conceptions, en suivant des routes hasardeuses.

3.1 Les choix de l'analyse

Lors de mon analyse a priori, 28 divisions ont été sélectionnées par ordre de difficulté croissante, regroupées en fonction de leurs caractéristiques opératoires. A partir de cette classification, l'exercice cherchait à faire émerger une relation entre les procédures des élèves et les caractéristiques des divisions données. Les différents sens alloués au « schème-algorithme »⁷, m'ont imposé d'identifier les diverses productions des élèves.

Le niveau de difficulté de la description des erreurs observées était étroitement lié à la présence ou l'absence de reste dans une division, effectuée ou non, au quotient décimal ou non décimal, à l'existence ou non de zéros au dividende, au quotient de cette opération et au calcul d'une soustraction posée ou non. La position de la virgule au quotient augmentait la difficulté des calculs, de l'ordre de grandeur du dividende et du diviseur et de celui du dividende d'étape. Des paramètres plus fins, liés aux nombres eux-mêmes, à leur longueur, pèsent d'un poids inégal dans les difficultés des élèves.

Les divisions que nous supposons les plus complexes sont celles qui comportent un dividende d'étape inférieur au diviseur, un peu moins complexes celles dont le nombre de chiffres du quotient est supérieur à 3, celles enfin qui ont un quotient décimal. Leurs caractéristiques et les calculs engagés, sont arborescents, chaque niveau de fonctionnement étant constitutif d'un ensemble emboîté de morceaux de puzzle. Ces caractéristiques ont permis d'analyser les niveaux

de fonctionnement, les procédures utilisées, et les sources de réussite et d'efficacité. Les résultats n'avaient pas été envisagés pour expliquer l'ensemble des comportements observés, mais avaient pour objet de répondre aux assertions suivantes :

-les critères de ressemblance des divisions entre elles éclairent la façon dont les élèves en disposent, avec les techniques de calcul qu'ils utilisent ;

-le fait de contracter dans une même opération multiplication et soustraction nous permettent par extension, de cerner les avantages et les désavantages de l'enseignement lorsque l'apprentissage de l'algorithme se fait directement avec la soustraction non posée ;

-la compréhension de l'opération n'est pas acquise en fin d'école élémentaire et son extension aux décimaux est problématique, à cause des problèmes de positionnement de la virgule au quotient notamment ;

-enfin, la présence d'un zéro intercalaire ou terminal au quotient apporte des difficultés spécifiques.

Les 28 divisions sont les suivantes :

⁷ Expression retenue avec le concours de G. Vergnaud.

$\begin{array}{r} 6 \overline{) 1} \\ 0 \end{array}$ DIV.1	$\begin{array}{r} 6 \overline{) 2} \\ 0 \end{array}$ DIV.2	$\begin{array}{r} 5 \overline{) 4} \\ 10 \\ 20 \end{array}$ DIV.3	$\begin{array}{r} 3 \overline{) 8} \\ 30 \\ 60 \end{array}$ DIV.4	$\begin{array}{r} 365 \overline{) 5} \\ 15 \\ 0 \end{array}$ DIV.5
$\begin{array}{r} 2121 \overline{) 7} \\ 02 \\ 21 \\ 0 \end{array}$ DIV.6	$\begin{array}{r} 604 \overline{) 3} \\ 4 \\ 10 \\ 10 \end{array}$ DIV.7	$\begin{array}{r} 817 \overline{) 6} \\ 21 \\ 37 \\ 10 \\ 40 \end{array}$ DIV.8	$\begin{array}{r} 1627 \overline{) 7} \\ 22 \\ 17 \\ 30 \\ 20 \\ 60 \end{array}$ DIV.9	$\begin{array}{r} 315 \overline{) 24} \\ 75 \\ 30 \\ 60 \\ 120 \\ 0 \end{array}$ DIV.10
$\begin{array}{r} 860 \overline{) 43} \\ 0 \end{array}$ DIV.12	$\begin{array}{r} 64 \overline{) 74} \\ 640 \\ 480 \\ 360 \end{array}$ DIV.13	$\begin{array}{r} 617 \overline{) 5} \\ 11 \\ 17 \\ 20 \\ 0 \end{array}$ DIV.14	$\begin{array}{r} 540 \overline{) 10} \\ 0 \end{array}$ DIV.15	$\begin{array}{r} 418 \overline{) 69} \\ 0400 \\ 550 \\ 670 \\ 49 \end{array}$ DIV.11
$\begin{array}{r} 1363 \overline{) 40} \\ 163 \\ 0300 \\ 200 \\ 0 \end{array}$ DIV.16	$\begin{array}{r} 504 \overline{) 10} \\ 040 \\ 0 \end{array}$ DIV.17	$\begin{array}{r} 22100 \overline{) 85} \\ 510 \\ 0 \end{array}$ DIV.18	$\begin{array}{r} 13500 \overline{) 45} \\ 0 \end{array}$ DIV.19	$\begin{array}{r} 2625 \overline{) 25} \\ 125 \\ 0 \end{array}$ DIV.20
$\begin{array}{r} 54027 \overline{) 24} \\ 060 \\ 122 \\ 027 \\ 30 \\ 60 \\ 120 \\ 0 \end{array}$ DIV.21	$\begin{array}{r} 4600 \overline{) 60} \\ 400 \\ 400 \\ 400 \\ 40 \end{array}$ DIV.24	$\begin{array}{r} 121 \overline{) 243} \\ 1210 \\ 2380 \\ 1930 \\ 229 \end{array}$ DIV.22	$\begin{array}{r} 7020 \overline{) 202} \\ 0960 \\ 1520 \\ 1060 \\ 0500 \\ 096 \end{array}$ DIV.23	$\begin{array}{r} 2416 \overline{) 45} \\ 166 \\ 310 \\ 400 \\ 400 \\ 40 \end{array}$ DIV.25
$\begin{array}{r} 3180 \overline{) 7845} \\ 3180 \\ 042000 \\ 27750 \\ 41150 \\ 1925 \end{array}$ DIV.27	$\begin{array}{r} 163604 \overline{) 5843} \\ 46744 \\ 0 \end{array}$ DIV.28	$\begin{array}{r} 403191 \overline{) 327} \\ 0761 \\ 1079 \\ 0981 \\ 0 \end{array}$ DIV.26		

Tableau des 28 divisions

Nombre de difficultés se sont présentées, liées à des déterminants comportementaux, différents de la seule opération mentale, mais agissant sur elle, d'où la nécessité de leur recensement. Mon objectif s'est heurté à l'identification des obstacles liés à l'apprentissage et à la technique opératoire de la division elle-même. Les procédures utilisées par les élèves, mis en situation d'effectuer des divisions, ne sont pas révélatrices de l'ensemble des processus d'influence qui permettent l'acquisition, la transformation ou le maintien de connaissances. L'observation porte sur des tâches dont les propriétés renvoient à la conception que l'on peut avoir naïvement du fonctionnement de l'algorithme. La modification de l'architecture des connaissances en cours d'activité et par l'activité

suppose également d'étudier la genèse individuelle des enfants dans un contexte éducatif où celle-ci se développe avec le soutien et la médiation décisive de l'enseignant.

Comprendre comment l'algorithme peut s'appauvrir, voire « dégénérer », au cours de l'apprentissage me permet d'illustrer ma démarche générale de recherche. Les opérations sur le signifiant sont essentielles : sans les traces écrites, effectuer une division jusqu'au bout est difficile. L'algorithme, dans le sens de sa rigueur, de son nombre fini d'étapes, objet historiquement lié à la résolution de problèmes arithmétiques ne fonctionne pas selon cette seule définition chez les élèves (Vergnaud, 1997). Je note que cette proposition théorique est une modélisation de la

genèse de l'organisation de l'action qui s'éloigne des modèles qui supposent qu'à toute question il n'existe qu'une réponse correcte, que la méthode pour la trouver est rationnelle et que les solutions sont universellement et rationnellement vraies.

Je fais l'économie, dans cette étude, de la prise en considération du jeu de l'enseignant avec ses élèves, ainsi que des ruptures de contrat didactique (Brousseau, 1986). J'ai choisi trois méthodes d'analyse statistique pour l'analyse des erreurs observées par les élèves. Nous présenterons ici quelques résultats de notre étude à propos des deux premières analyses ci-dessous⁸.

- Une classification hiérarchique (selon Lerman),
- Une classification implicative (selon Gras et Larher),
- Une analyse factorielle des correspondances multiples.

Mon but, entre autres, est d'identifier les relations entre les grandes classes de comportements erronés. Les erreurs sont regroupées en classes lorsqu'elles admettent entre elles une similarité ou une certaine "cohésion". Afin de chercher les implications éventuelles entre les variables retenues (réussite, erreurs de différents types etc.), de préciser certaines hypothèses et à dégager des types généraux de comportements, j'ai utilisé la méthode de classification (Lerman, Gras et Rostam, 1981) selon l'algorithme dit de « *la vraisemblance du lien* ». Il est alors possible d'identifier les filiations procédurales (Gras, Lahrer, 1992), entre les différentes classes de variables chez les élèves. Une structure cognitive stable est alors mise en évidence au sein de cette population d'élèves.

En repérage, j'avais retenu, grâce à l'analyse statistique implicative des données, des structures implicatives communes à des variables ou des classes de variables. A ces relations implicatives, il est possible d'associer la construction d'un

graphe orienté et d'interpréter la structure générale des implications. L'analyse des similarités montre la cohérence des choix des sujets et permet, par conséquent, d'accéder à leurs représentations. Plus encore, des liaisons implicatives conduisent à des prédictions fiables représentées par le graphe (Gras, Fontaine, Larher, Nicolas, Simon, 1989). « *La méthode d'analyse statistique implicative (ASI) apparaissait dès lors comme un outil parfaitement adapté pour rendre compte d'un ordre de complexité cognitive sous-jacent à un ensemble de variables mettant en jeu les compétences cognitives d'un ensemble de sujets* » (Gras et Bodin, 2017).

Cette méthode d'analyse de données non symétrique, à visée prédictive, a été conçue par Régis Gras (1979). Des relations entre deux observations comportementales peuvent être ainsi modélisées : par exemple, ne pas réussir un calcul avec un zéro dans une division et repérer le même type d'erreur dans une autre. (Gras, Almouloud, Bailleul, Larher, Polo, Ratsimba-Rajohn, Totohasina, 1996).

L'analyse statistique implicative (ASI) est originale quand elle se place sur l'in vraisemblance de la présence de ces relations implicatives, celles que l'on ne détecte pas a priori, ou alors de manière hasardeuse. La quasi-implication est significative du point de vue de l'organisation interne des schèmes de l'élève. Par exemple, certains calculs impliquant le positionnement d'une virgule au quotient sont systématiquement échoués par les élèves, de l'école primaire au collège. Ici les erreurs ne sont pas éphémères, elles expriment une cohérence pour une ensemble d'individus. Ces relations d'implication, mesurées statistiquement de manière significative, m'ont permis d'extraire une structure dynamique des variables en jeu. Notons enfin, que les traitements statistiques sont effectués à l'aide du logiciel C.H.I.C. (Classification Hiérarchique Implicative et Cohésive), conçu par Gras et développé par lui-même sur TO7, puis par Almouloud sur P.C. au

⁸ Ces études ont été poursuivies de 1992 à 2010 auprès d'un panel d'observations auprès d'élèves du même âge.

sein de l'Institut de Recherche Mathématique de Rennes.

D'après Gras (1979), la comparaison des résultats de l'analyse implicative avec ceux obtenus par les méthodes classiques d'analyses de données, me convainc de l'originalité de cette méthode pour analyser les liaisons dissymétriques et la hiérarchie des classes qu'elle fait émerger. Cette technique est synthétique. Elle est fondée sur le concept de cohésion (au sein des différentes classes de variables) et sur celui d'entropie, et aboutit à des indices d'implications entre classes. Les questions concernant la complexité progressive des conduites, peuvent y trouver réponse.

3.2. L'implication entre variables

Ma recherche a permis de valider l'usage de

l'outil statistique : erreurs et réussites ont été plus clairement identifiées. Donnons un exemple : l'ordinateur donne le listing des intensités d'implication, à un seuil fixé par exemple .95 dont les valeurs permettent de créditer les hypothèses formulées. Par exemple, telle erreur observée dans une division implique telle erreur

Les mots "entraîne" et "implique" n'ont pas de sémantique causale (Gras., Bodin, 4-7 octobre 2017). L'analyse pourra faire l'interprétation selon les hypothèses liées à cette causalité, plus particulièrement si l'intensité d'implication est forte (Lerman, Gras, et Rostam, 1981).

La mesure de l'implication statistique d'un attribut a sur un attribut b suit une méthode analogue à celle de Gras (1979) : Lerman, le confirme par la suite. Plus cette intensité est grande, plus l'affirmation de l'implication est crédible (Gras et al, 1989)

Exemple d'analyse : Attachons-nous ici un instant à en saisir le procédé (voir l'illustration, schéma ci-dessous) : par exemple, considérons l'implication $a \rightarrow b$. Elle est admissible au sens suivant : l'effectif de réussite à la division (noté 13), ensemble caractérisé par a, mais ne réussissant pas la division (noté 18), ensemble caractérisé par b (élèves dont les protocoles contredisent donc l'implication), est significativement faible par rapport à celui que l'on pourrait attendre d'une absence de lien unilatéral entre ces deux divisions. En d'autres termes, d'une part, l'effectif de réussite de la division n°13 est plus faible que celui de la division n°18 ; d'autre part, il existe fort peu d'élèves réussissant a et pas b : E_a est presque totalement contenu dans E_b . Ainsi, on dira que réussir la division n°13, implique au sens large, réussir la division n°18 ou bien encore, si les difficultés relatives à la division n°13 sont maîtrisées, alors celles de la division n°18 le sont aussi. Par ailleurs, les élèves qui réussissent la division n°18, ne réussissent pas nécessairement la division n°13, car la

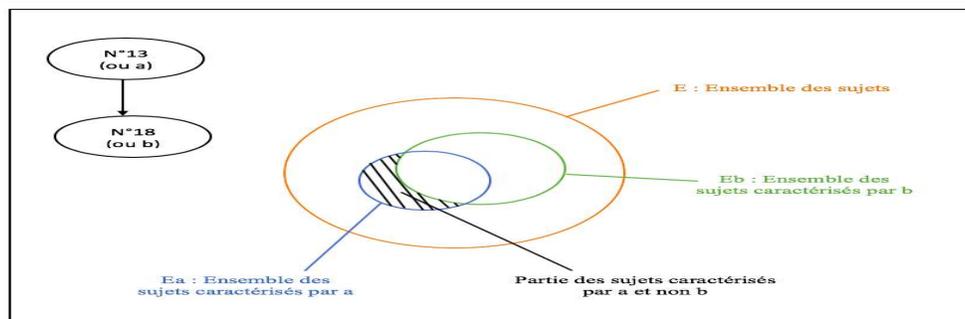


Schéma n°1 : Implication de données

3.3. Les graphes d'implication

Pour comprendre le sens d'une cohésion à

l'intérieur de chaque classe de variables, il m'a fallu considérer un autre niveau d'analyse, situé au-delà de la seule prise en compte de similarités

entre classes, afin que le flux implicatif d'une classe sur l'autre soit nourri du flux interne de la première et alimente la seconde. Cette cohésion se traduit par une mesure implicative donc orientée, telle une filiation procédurale ou une genèse. Le

calcul de cette mesure rend compte de la faiblesse entropique de la classe de variables considérée. Les contraintes liées à ces calculs et leur expression mathématique sont expliquées par Gras et Lahrer (1992).

Interprétation : "Cette liaison sera, dans le cas des classes de procédures, d'autant plus crédible que cette classe présentera elle-même une cohésion dirigeant les structures internes dans le même sens que celui qu'elles devront exprimer sur le plan externe. En psychologie cognitive, nous dirons que nous cherchons des micro-genèses à travers des liaisons intra-classes se développant et se ramifiant en macro-genèses à travers des liaisons inter-classes. Il est alors évident que si cet objectif est atteint, sa nature se distingue nettement des méthodes traditionnelles d'analyses de données où distance, similarité et variance représentent les critères structurant ces données ou des classes de données de façon symétrique. Ici, c'est au contraire la dissymétrie qui nous intéressera car elle seule restituera la dynamique qui sous-tend une genèse" (Lahrer, 1991).

Le fait que ce réseau soit clairement détaché des autres m'incite à penser que nous avons ici une structure forte. Les chemins des réseaux sont significatifs et sont ainsi associés à une hiérarchie construite selon les méthodes de construction ascendante classique (Gras, Totohasina, Ag Almouloud, Ratsimba Rajohn, Bailleul, 1994). La lecture des procédures (sous-jacentes ou non) des élèves est possible. Le classement des procédures par famille et en fonction des centrations des élèves, permet de mettre en évidence les différentes résistances à la compréhension de l'algorithme, reposant sur des conceptions parfois

stables, souvent pertinentes. Dans l'interprétation de l'implication en cause, l'ordre des variables prend ici une importance majeure, grâce à l'interprétation de l'implication en cause. La construction de ce graphe met en évidence les relations de constructions des implications, de leur proximité, de leur incrémentation (Gras, Kuntz, Briand, 2001).

Donnons l'exemple suivant illustré dans le schéma ci-dessous : l'interprétation d'un « chemin » implicatif des structures cognitives des élèves impliqués dans les familles de difficultés identifiées.

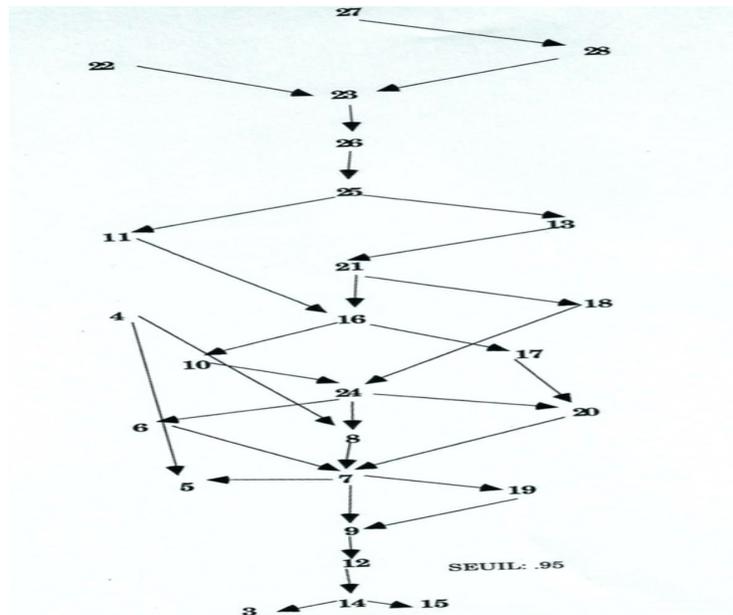


Schéma n°2 : Arbre hiérarchique des implications pour les 4 niveaux scolaires : du CMI à la Sixième
(Exemple d'un graphe implicatif, obtenu par CHIC)
 (Les numéros du graphe représentent les divisions données aux élèves)

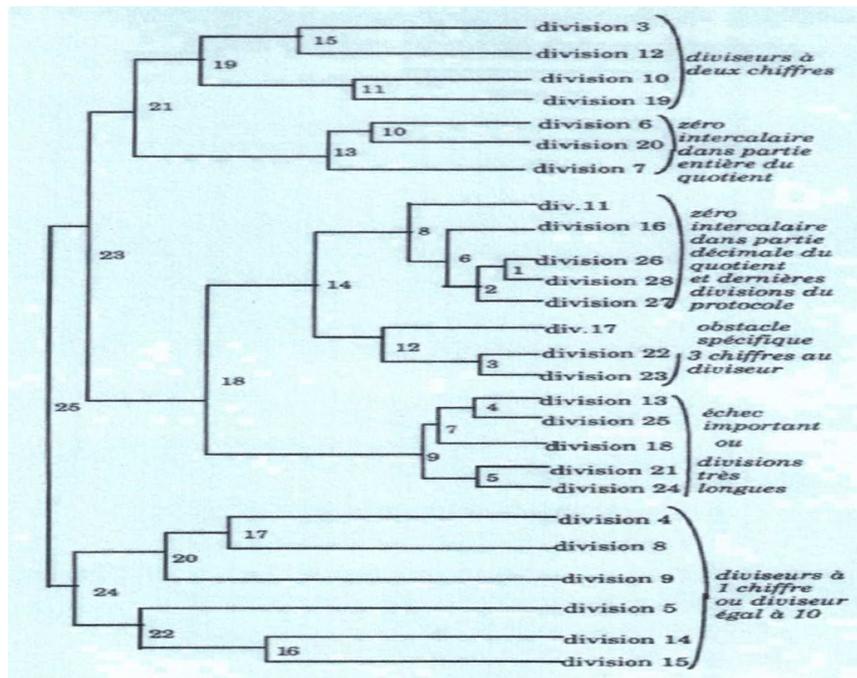
Des familles de comportements se distinguent : la complexité du calcul en fonction de leur nature, le zéro intercalaire au quotient, par exemple suit un « chemin » identifiable : 25→13→21→18→ etc. « L'emboîtement » des comportements des élèves est nettement marqué dans cette filiation.

Au-delà de l'intérêt apporté à l'analyse des graphes implicatifs, il ne me permettait pas de décrire tous les comportements d'une population d'élèves. Une hiérarchie cohésitive est une analyse venant compléter la richesse de l'interprétation en identifiant les familles de règles sous-jacentes révélatrices de la complexité cognitive suivant l'emboîtement des procédures des élèves. Mon analyse porte ainsi sur :

- la consistance croissante des niveaux,
- les niveaux d'acquisition cognitive d'un concept et leur généralisation,
- la hiérarchie qui possède une dimension soulevant l'hypothèse d'une équilibration des structures cognitives en jeu,

- Le repérage des sauts de continuité ou de discontinuité procédurales, mettant en correspondance les structures des fonctions de l'organisme du sujet accompagnant celles des organisations des schèmes cognitifs.

Des partitions fines sont ainsi construites, à l'aide d'un critère de similarité entre variables, ce qui permet une interprétation en termes de typologie et de ressemblance décroissante des noyaux de variables, constitués significativement à certains niveaux de l'arbre et s'opposant à d'autres à ces mêmes niveaux. A chaque niveau de cet "arbre" de classification, deux modalités sont rassemblées : c'est au dernier niveau que l'indice de similarité est, bien entendu, le plus faible. L'ordre prend alors une importance majeure dans l'interprétation que l'on fera de l'implication en cause. J'identifie alors des familles de procédures grâce aux arbres implicatifs dont l'illustration ci-après me permet de faciliter l'interprétation.



**Schéma n°3 : Arbre hiérarchique des similarités pour les 4 niveaux scolaires considérés
Exemple de hiérarchie cohésive**

L'arborescence s'élève de façon significative dès que le nombre de chiffres au diviseur augmente. Certains schèmes révèlent ici leur fragilité pour les divisions dont le dividende d'étape est inférieur au diviseur ; cette caractéristique perturbe les conceptions du sujet. De même, les divisions qui "ne se terminent pas" heurtent l'anticipation que l'enfant peut effectuer pour l'obtention du résultat. En ce cas, le schème "partager" se prête à des inférences : l'enfant "s'arrange" pour terminer le calcul avec un modèle plus simple (qui en ce cas se traduit par une erreur). Le schème consistant à poser un zéro au quotient engendre des actions différentes, en fonction de sa position au quotient : soit au début (premier chiffre du quotient), soit intercalaire (après ou avant une virgule), ou encore terminal. Les décours de la pensée de l'élève sont remarquables, il est passionnant de porter cette

classification au niveau de l'analyse.

Dans le cas des divisions qui possèdent un zéro intercalaire après la virgule, les problèmes rencontrés par les élèves sont liés à la conjonction de trois processus indépendants. Il faut "abaisser" un zéro quand les chiffres composant le dividende ont été utilisés, poser une virgule au quotient, puis "abaisser" de nouveau un zéro car le dividende d'étape est inférieur au diviseur. Les schèmes utilisés peuvent alors « dégénérer » de la manière suivante : un ensemble d'élèves suit la procédure suivante : ils abandonnent le zéro intercalaire ou décalent la virgule. Les erreurs sont donc toutes liées au zéro. Le problème du zéro l'emporte sur tous les autres types d'erreurs. Nous avons bien ici une ressource qui permet d'envisager par extension, des développements pédagogiques ciblés.

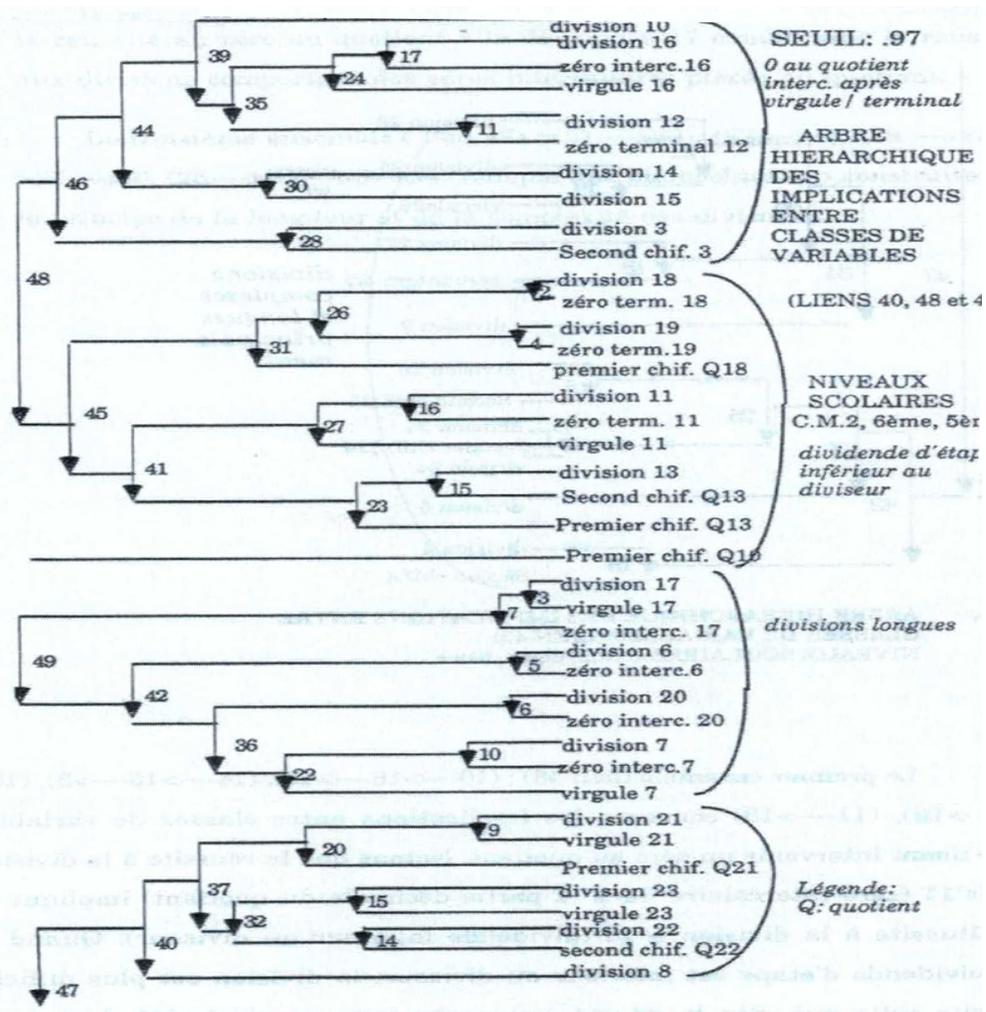


Schéma n° 4 : Exemple d'analyse hiérarchique de classes de variables

Les questions abondent grâce à l'interprétation des résultats. Comment comprendre cette question au regard du contrôle organisationnel du sujet ? Et de celui du développement cognitif ? Ce ne sont pas les seules étapes du développement par stades, définies par Piaget, mais bien celles accordées aux structures mentales qui me semblent prépondérantes. Comment un individu intériorise les règles du collectif quand il apprend ? Je retiens l'intérêt de l'état de production de connaissances, enchevêtrée dans le contrôle que le sujet y accorde, ce qui nous souffle des pistes holistiques à explorer.

3.4. L'admissibilité statistique et l'interprétation

La réflexion doit demeurer ouverte dans la recherche du sens qu'il convient d'accorder à la complexité des procédures. Sous son seul aspect premier, cette difficulté peut être considérée comme une attribution négative, renvoyant à une certaine idée de désorganisation, ou d'une cohérence difficile à saisir. Si je suis la position d'Edgar Morin (1990), ce mélange d'ordre et de désordre m'apparaît central : « *La pensée complexe vise à la multidimensionnalité* », elle va de concert avec la dynamique non linéaire des états possibles d'un système, (diversité, chaos...) et les domaines de connaissance organisationnelles parfois hétérogènes, interdépendantes, antagonistes, paradoxales, ou instables. Ce modèle peut s'attacher au fonctionnement de l'organisation de l'apprentissage ou de l'éducation, objet

d'investigations qui peut faire apparaître la présence ou l'absence de plusieurs systèmes. Leurs caractéristiques peuvent ainsi être appréhendées sous le regard de leur regroupement, de leur dynamique et de leurs niveaux d'échanges d'information, s'appuyant bien sur de multiples réseaux de communication.

Le débat peut être affaibli sous la coupe de positions idéologiques, sa complexité étant liée à la coexistence de plusieurs niveaux d'informations, suivant des chemins croisés et multiples. La complexité du fonctionnement de l'esprit est un terrain propice à l'observation des dimensions cachées du comportement organisationnel du sujet. Cette vision interprétative en Sciences de l'éducation nous apporte toute la créativité des comportements apparemment illogiques. L'enchevêtrement des concepts sert à représenter une part modeste des états et de leur diversité imprévisible. Il existe bien des degrés dans leur interprétation. Soulignons par là-même l'outil entrant dans l'analyse de la construction de la pensée de l'enfant, elle-même en perpétuelle évolution. De plus, la transposition didactique, d'après Brousseau (1986), permet de relever comment les savoirs chaotiques se constituent -surgissant du sens premier de tissus d'activités croisées- et s'adaptent à des circonstances ciblées.

4. Discussion

L'effort de construction scientifique, ici mené, englobe des éléments qui permettent de reconnaître ce sujet inépuisable dont les choix méthodologiques, même les plus féconds, ne peuvent pas rendre compte de l'abondante complexité des hypothèses. Il s'agit bien ici d'appréhender des systèmes d'attente et des effets attendus, puisque ce sont eux qui génèrent l'action. En effet, dès que le sujet sélectionne et traite l'information qu'il juge pertinente, ceci implique la « faisabilité », mais on peut aller plus loin encore, si on considère que le fonctionnement cognitif d'un sujet part d'un ensemble de schèmes disponibles. La question

fondamentale de leur organisation comprend le long chemin de la conceptualisation que l'apprenant parcourt et organise au fil du temps.

La théorie de Gérard Vergnaud élargit par extension mon champ de réflexion, par la mise en relation du fonctionnement du sujet et de son développement, dans celui des didacticiens des mathématiques et celui des chercheurs engagés dans le champ du travail ou encore dans le champ des apprentissages menés en dehors des institutions dédiées au didactique. Il permet de comprendre les raisonnements, les stratégies, les diagnostics en situation. Les dimensions accordées aux contenus aident à relever celles provenant de la connaissance mobilisée par le sujet (Guiet-Silvain, 2012b, 2011, 2020).

Toujours en développant la notion de schème qu'il modifie par rapport à celle définie par Piaget, Vergnaud affirme qu'il n'y a pas de situation sans schème ni de schème sans situation. Le couple schème-situation comme fondamental dans les questions de conceptualisations, dans la mise en évidence du couple schème/situation.

Il faut garder à l'esprit qu'un schème n'est, en général, pas un algorithme, qui lui, a pour visée d'aboutir en un nombre fini de d'étapes (ou son effectivité) au traitement de toute situation appartenant à la classe considérée. L'incertitude est l'habillement du schème. A partir de classes de procédures, des conceptions stables et consistantes ainsi que les méthodes engagées par le sujet, mettent en évidence des phénomènes peu connus, parfois assez inattendus. Le schème nous permet d'échapper à une lecture linéaire de l'évolution des connaissances comme le rappelle Flückiger (2000) : « *La notion de schème est en dualité totale avec la notion de situation, c'est ce qui en fait, nous semble-t-il, la pertinence dans les analyses didactiques* ».

« *La connaissance étant adaptation, ce sont ses schèmes qui s'adaptent et ils s'adaptent aux*

situations » (Vergnaud, 2002). Par conséquent, il faut comprendre les schèmes dans les hiérarchisations et dans des conceptualisations repérables dans les actions du sujet, fondées sur le diagnostic des situations. Les questions soulevées par le statut scientifique aujourd'hui accordé au concept de schème, mettent en évidence la dimension de la conceptualisation présente au cœur de l'activité et permettent de comprendre en quoi « *l'activité est organisée, efficace, reproductible et analysable* » (Vergnaud, 1990). Nous affirmons ainsi que la portée scientifique de Gérard Vergnaud est majeure au sein de la recherche et sa perspective audacieuse et innovante.

5. REFERENCIAS

- Bachelard, G. (1934). *Le nouvel esprit scientifique*, Paris : PUF.
- Brousseau, G. (1986). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 7.2, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 33-115.
- Brown, J-S et Van Lehn K. (1980) Toward a generative theory of bugs in procedural skills, In Carpenter T., Moser J., and Romberg T., (eds). Addition and subtraction: a cognitive perspective, Hillsdale, NJ Lawrence, Erlbaum Associates.
- Brun J., Conne, F., Retschitzki (1988), L'étude des algorithmes de calcul dans la transmission et la constitution des connaissances numériques, *Projet subventionné par le Fond National de la Recherche Scientifique*, Suisse, projet FNRS, n°11. 25448.88.
- Gras R., (1979). *Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques*, Thèse d'État, Université de Rennes I.
- Gras, R., Fontaine, M-D., Larher, A., Nicolas, A., Simon, A. (1989). Le micro-ordinateur, outil de révélation et d'analyse du raisonnement déductif de l'élève, *Publications mathématiques et informatique de Rennes*, n°5
- Gras et Lahrer (1992). L'analyse des données, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol.12, n°1, pp. 59-72.
- Gras, R., Totohasina, A., Ag Almouloud, S., Ratsimba Rajohn, H., Bailleul, M. (1994). La méthode d'analyse implicative en didactique. Applications, In *Vingt ans de didactique des mathématiques en France : Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.
- Gras, R., Almouloud, S-AG., Bailleul, M., Larher, A., Polo, M., Ratsimba-Rajohn, H., Totohasina, A., (1996). *L'implication statistique, nouvelle méthode exploratoire de données. Applications à la didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.
- Gras, R., Kuntz, P., Briand H. (2001). Les fondements de l'analyse Statistique implicative et quelques prolongements pour la fouille de données », *Mathématiques & Sciences humaines*, 39e année, n° 154-155, 9-29.
- Gras, R., Bodin, A., (4-7 octobre 2017). L'A.S.I., Analyseur et révélateur de la complexité cognitive taxonomique, *IXe colloque international, ASI Analyse statistique implicative*, Belfort.
- Guiet J., (1994a), Algorithmes et schèmes : cas de la division". M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavignot (Eds), *Vingt ans de didactique des mathématiques*, Grenoble La Pensée Sauvage, 225-230.
- Guiet, J. (1994b). *La division une longue souffrance* Doctorat de Sciences de l'Education, Université Paris 5.
- Guiet, J., (1995), "Analyses implicatives appliquées à une recherche : cas de la division", *Actes du Colloque de Caen*, IRMAR (Institut de Recherche Mathématique de Rennes), Université de Rennes I.
- Guiet, J., (1997). « La conceptualisation : cas d'erreurs dans l'opération de division », *Carrefours de l'Education*, Centre Universitaire de Recherche en Sciences de l'Education de Picardie, C.R.D.P. de l'Académie d'Amiens, 2-24.

Guiet-Silvain, J. (2007a). Gérard Vergnaud (né en 1933), *Psychologie de l'Éducation*, coord. M. Merri, M. Pichat, 61-63, Bréal.

Guiet-Silvain, J. (2007b). Approches contrastées de l'erreur, *Psychologie de l'Éducation* coord. M. Merri, M. Pichat, 168-171, Bréal. Merri, M. Pichat, 74-78, Bréal.

Guiet-Silvain, J. (coord.) (2011), Education à la santé : convergences ou émiettements? *Carrefours de l'Éducation*, C.R.D.P. d'Amiens, 11-13.

Guiet-Silvain, J., Malabry, Y. (2012a). « Le geste professionnel, compétence ou savoir : L'exemple de la proportionnalité des doses. » *Carrefours de l'Éducation*, C.R.D.P. d'Amiens, 177-193.

Guiet-Silvain, J. (2012b). « L'éducation à la santé à l'école aujourd'hui : quelle évolution ? » *Spirale*, n°50, 153-166.

Guiet-Silvain, J. (2020). « La communication des réseaux sociaux des adolescents : une domination de soi ? », 6-2. *Revue Éducation, Santé, Sociétés*, 141-154.

Guiet-Silvain J., (2021a). « Hommage à Gérard Vergnaud (1933-2021) » XI Colloque International A.S.I. Analyse Statistique Implicative, XI International Conference *Statistical Implicative Analysis*, Belfort (France) – 3-6 Novembre 2021, <https://sites.univ-lyon2.fr/asi/11/?page=7>

Guiet-Silvain J., (2021b). « L'incertitude des schèmes pourtant bien organisés », XI Colloque International A.S.I. Analyse Statistique Implicative, XI International Conference *Statistical Implicative Analysis*, Belfort (France) – 3-6 Novembre 2021, 377-398. <https://sites.univ-lyon2.fr/asi/11/?page=9#HommageGV>

Flückiger, A. (déc. 2000). Genèse expérimentale d'une notion mathématique : la notion de division comme modèle de connaissances numériques. *Thèse, faculté de Psychologie et de Sciences de l'Éducation*, Université de Genève.

Janet, P. (1929). *L'évolution psychologique de la personnalité. Compte rendu intégral des*

conférences faites en 1929 au collège de France, Édition de 1984. Paris : Société Pierre Janet.

Lerman, I. C., Gras, R., H. Rostam, H., (1981). Élaboration d'un indice d'implication pour des données binaires I, *Mathématiques et sciences humaines* (74), 5-35.

Morin, E. (1990). *Introduction à la pensée complexe*. Paris : Editions du Seuil.

Piaget, J. (1936). *La naissance de l'intelligence chez l'enfant*. Lausanne-Paris : Delachaux et Niestlé.

Piaget, J. (1979). *La psychogenèse des connaissances et de sa signification épistémologique*. In M. Piattelli-Palmarini, *Théories du langage, Théories de l'apprentissage*. Paris : Editions du Seuil.

Revault d'Allonnes, G. (1920). Le mécanisme de la pensée. *Revue philosophique de la France et de l'Étranger*, XC, 161-202.

Van Lehn, K. (1990), *Mind bugs: The origins of procedural misconceptions*. Cambridge, MA: MIT Press.

Vergnaud, G. (1985). Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation. *Psychologie française*, 30, 245-252.

Vergnaud, G. (1988). Question de représentation et de formulation dans la résolution de problèmes mathématiques. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (1), 33-35.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels : in recherches en didactique des mathématiques. *La Pensée Sauvage*, 10(2-3), 133-170.

Vergnaud, G. (1994). Multiplicative Conceptual Field. What and Why? in G. Harel, J. Confrey (Eds). *The Development of Multiplicative Reasoning in the learning of Mathematics*. Albany State, University of New York Press.

Vergnaud, G. (1996). Au fond de l'action, la conceptualisation. In : J.-M. Barbier (dir.),

Savoirs théoriques et savoirs d'action (pp. 275-292). Paris : P.U.F.

Vergnaud, G. (1999). « A quoi sert la didactique ? », *Revue Sciences Humaines*, Hors-Série n°24.

Vergnaud G., Récope M. (2000) De Revault d'Allonnes à une théorie du schème aujourd'hui. *Psychologie française (La Société Française de Psychologie a cent ans)*, 45, 1, 35-50.

Vergnaud, G. (2002). Gérard Vergnaud. Piaget visité par la didactique. *Intellectica - La revue de l'Association pour la Recherche sur les sciences de la Cognition (ARCo), Association pour la Recherche sur la Cognition*, 33, 107-123.

Vergnaud, G. (2007). Réponse. In M. Merri (dir.), *Activité humaine et conceptualisation* (pp. 341-357). Toulouse : P.U. du Mirail.

Vergnaud, G. (2010). *A criança, a matemática e a realidade*. M. L. F. Moro (trad.). UFPR.

Guiet Silvain Jeanne

Maître de Conférences, Habilitée à diriger des recherches, Université Paris Cité, département de Sciences de l'éducation et de la formation.

HDR sous la direction de Maryvette Balcou Debbusche, Université de la Réunion en Sciences de l'éducation, (janvier 2021), Titre : « Des schèmes individuels aux schèmes sociaux: entre continuités et variations ».

Doctorat : Thèse de Sciences de l'Education, Université Paris 5, sous la direction de G.Vergnaud (1994) Titre : « La division, une longue souffrance ».

Valorisation de la recherche et responsabilités: Association UNIRES (Réseau des universités pour l'éducation à la santé) : en 2022 :Vice-présidente de la mention recherche, pour l'ensemble des activités scientifiques du réseauen2022.

Participation à des projets de recherches: Premier axe : Etude des erreurs chez les élèves, niveaux de représentation et conceptualization; Deuxième axe : Le premier pas vers le domaine de la santé, le domaine des compétences (formateurs et cadres de santé); Troisième axe : Etude des représentations des enseignants d'écoles élémentaires en education; à la santé; Quatrième axe : L'utilisation des réseaux sociaux chez les adolescents et le contrôle de la distance relationnelle : le cas du cyber harcèlement, de l'expression de soi et du narcissisme adolescent; Cinquième axe : Représentations des personnels soignants au sujet de la Covid 19.