

Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico¹

Liliana Suárez Téllez, Francisco Cordero Osorio

lsuarez@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx

Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México.

Resumen

En esta investigación se caracterizan las condiciones de una actividad de aprendizaje para favorecer la resignificación de saberes matemáticos en una situación escolar. Las prácticas de referencia arraigadas a la naturaleza de un cierto conocimiento se identifican a partir del análisis de a) el desarrollo histórico del conocimiento matemático, b) de su inmersión en el sistema didáctico y c) de una caracterización de las producciones de los estudiantes. En particular estudiamos el “uso de las gráficas” para describir el cambio y la variación que se sitúa dentro del campo del Cálculo y del Análisis. Con el marco de la socioepistemología se logra una caracterización epistemológica subyacente del “uso de las gráficas” en la modelación del movimiento. Esta epistemología acuña el binomio graficación-modelación que apunta hacia una “modelación escolar”.

Palabras clave: Modelación, uso de las gráficas, cambio y variación, ambiente tecnológico.

Abstract

This work characterizes the undergoing conditions of a learning activity to favour the reconstructions of meanings of mathematical knowledges in a particular school situation. The reference practices and the uses related to certain knowledges can be identified by a) the historical development of mathematical knowledge, b) its immersion in the didactic field and c) the characterization of the students' work. Making emphasis in the use of graphs to describe the change and variation, this is situated in the Calculus and the Analysis, integrating epistemological elements to characterize the resulting epistemology from the use of graphs in modeling movement. This epistemology coins graphication-modelation, which points to a “school modeling”.

Keywords: Modelation, use of graphs, change and variation, technological environment.

¹ Esta investigación está financiada por CONACYT con el Proyecto *Estudio de las gráficas de las funciones como prácticas institucionales. Una gestión escolar para el Nivel Superior*. Clave No. 47045.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El interés por la modelación matemática se ha incrementado en tiempos recientes en todas las áreas de conocimiento, y específicamente en educación desde hace unas décadas, debido a los alcances de las matemáticas en su relación con otras ciencias. En la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas este desarrollo se da de una forma diferente. Existen grupos de investigación en este ámbito, por ejemplo la ICTMA², que centra su interés en promover las aplicaciones y la modelación en todas las áreas de la educación matemática – escuelas primarias y secundarias, bachillerato y universidades, o el MENS³ que desde la Matemática Educativa estudia el rol de la modelación en la construcción de conocimiento matemático.

La concepción misma de modelación está teniendo una revisión dentro de la Matemática Educativa (Blum, 1993). La diversidad de estas concepciones tensa aspectos conceptuales en las teorías o marcos teóricos que se han construido (y se están construyendo) en la Matemática Educativa. Entre los conceptos más significativos se encuentran *el lenguaje de herramientas y el lenguaje de los objetos* (Cordero, 2001 y Arrieta, 2003). Esta tensión obliga a debatir la relación entre la actividad matemática y la actividad humana como marco de referencia del conocimiento matemático.

En este trabajo, a partir del *estudio del “uso de las gráficas”* se establece como constructo teórico el binomio graficación-modelación y se discuten algunas consideraciones para establecer la modelación escolar en el sistema didáctico.

2. ESTUDIO DEL USO DE LAS GRÁFICAS EN LA MODELACIÓN DEL CAMBIO Y DE LA VARIACIÓN

2.1 La modelación desde una perspectiva de prácticas sociales

Existen diversos elementos de construcción a tomar en cuenta al concebir a la Modelación desde la perspectiva socioepistemológica. La búsqueda de resignificación del conocimiento, la formulación de categorías de conocimiento, el rompimiento del carácter universal de la construcción y la realización de nuevas acciones para el diseño de situaciones que modelen la actividad humana requieren de una aproximación sistémica. Los elementos didácticos, cognitivos y epistemológicos conforman una de las visiones sistémicas más aceptadas en la disciplina. Sin embargo la diversidad de marcos teóricos y aproximaciones de investigación tienen un menor o mayor énfasis en estos elementos.

La aproximación socioepistemológica los retoma pero los permea con hipótesis propias de construcción social de conocimiento:

- Nos interesa la matemática funcional, es decir aquel conocimiento matemático que deberá integrarse a la vida para transformarla, reconstruyendo significados permanentemente.
- El volumen y el carácter de los conocimientos adquiridos por el hombre vienen determinados por el nivel de desarrollo de las prácticas sociales, es decir, por el grado de su dominio sobre el mundo exterior.
- La construcción del conocimiento matemático está en correspondencia con la modelación y el uso de la misma manifestado en un lenguaje de herramientas que resulta de la actividad humana.
- El rediseño del discurso matemático escolar requiere de la formulación de epistemologías basadas en las prácticas sociales.

Diversas investigaciones desarrolladas en la línea de investigación a la que pertenece este trabajo permiten esbozar elementos de construcción de conocimiento que discutimos más adelante. Queremos destacar que es la visión social de la construcción del conocimiento la que permite la identificación de estos elementos en las distintas fuentes: investigaciones de corte socioepistemológico, fuentes originales de trabajo matemático y análisis del desempeño de los estudiantes.

Dentro de este estudio se define a la modelación como una construcción de conocimiento de un individuo cuando enfrenta una tarea matemática en la que pone en juego su saber. En esta definición operativa se enuncian las características de esta construcción como las siguientes: posee su propia estructura, está constituida por un sistema dinámico, la simulación puede llevar a cabo múltiples realizaciones y hacer ajustes en su estructura para producir un resultado deseable, es un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación, busca explicaciones a un rango y enfatiza invariantes, trae una idea en una realización para satisfacer un conjunto de condiciones. En otras palabras la modelación es una construcción que norma la selección del lenguaje de las herramientas sobre el lenguaje de los objetos⁴.

⁴ La problemática fundamental, premisa central de nuestra investigación, es la existencia de una obra matemática y de una matemática escolar. Dos ámbitos de naturaleza distinta y que están en confrontación ya que su desarrollo, su objeto de estudio y su forma de organización no son los mismos. La obra matemática se desarrolla al seno de la actividad matemática, estudia los objetos matemáticos y propone una organización explícita de conceptos, en tanto en la matemática escolar tiene a la actividad humana como la base de su desarrollo, estudia la adquisición tanto de objetos como de herramientas matemáticas y propone su organización a través de categorías que no son explícitas (Cordero, 2006a). La distinción entre actividad humana y actividad matemática desplaza la centración en los conceptos como la parte central de la construcción de conocimiento matemática hacia las prácticas que implican hacer de las matemáticas una herramienta para modelar.

² Comunidad Internacional de profesores de modelación matemática y aplicaciones, ICTMA por sus siglas en inglés. <http://www.infj.ulst.ac.uk/ictma/>

³ Grupo de Matemática Educativa del Nivel Superior del Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. <http://ima.ucv.cl/gmens.htm>

En diversos trabajos de investigación relacionados con el Cálculo y el Análisis se ha identificado a la graficación como una categoría que construye el Cálculo. La categoría soporta argumentos al hacer transformaciones de funciones para identificar comportamientos tendenciales en sus gráficas. Dicha categoría ha alcanzado un estatus similar a la analiticidad de las funciones y de la predicción (Cordero, 2001). Así, la graficación se estudiará como categoría que sirva de vehículo para implementar el binomio modelación-graficación en la construcción de conocimiento matemático en el salón de clases con un ambiente tecnológico, principalmente con el uso de sensores y calculadoras graficadoras.

2.2 La graficación como múltiples realizaciones

En la revisión realizada por Leinhardt sobre las gráficas (1990) se destaca que el tipo de tareas más comunes de la graficación tienen que ver con una perspectiva determinista de la situación que se presenta. Es decir, las tareas de descripción, interpretación o construcción parten de una situación descrita por una función matemática específica en la que los parámetros están determinados. De esta manera en el diseño de estas tareas la parte central es el concepto de función. Sin embargo, nosotros nos preguntamos ¿de qué naturaleza son las tareas que tiene como parte central el comportamiento de las funciones a través de sus comportamientos gráficos?

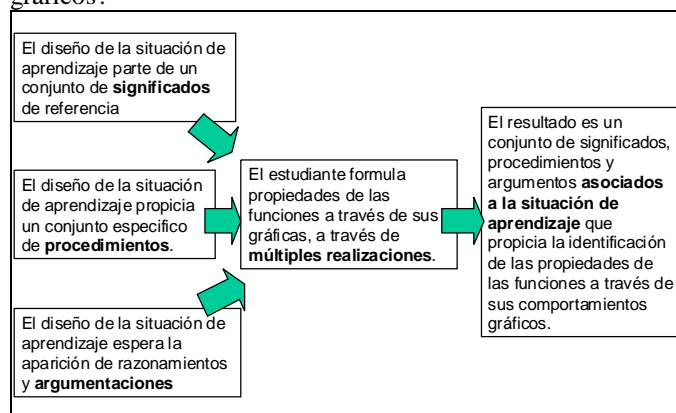


Ilustración 1. Elementos de un diseño de situación con múltiples realizaciones.

Existen materiales didácticos (Cordero y Solís, 2001 y Cantoral y Montiel, 2001) en los que se propician procedimientos para que el estudiante formule propiedades de las funciones a través de sus gráficas.

“Los significados de las funciones que construyen los estudiantes corresponden a ideas globales, las funciones son concebidas como curvas limitadas por ventanas y no sólo como fórmulas. El recurso de hacer operaciones algebraicas para evaluar la función... deja de ser privilegiado y se abre paso a la necesidad de establecer comportamientos de las formas de las curvas a través de colocar un rastro (“trace” en la calculadora) sobre la curva y por la localización de x con el cursor. En el mismo sentido, los dominios de las funciones no son establecidos a través de resolver ecuaciones, sino más bien, por medio de “recorrer” el cursor hacia la izquierda o derecha, además de acercarse o alejarse (zoom). En caso de que se requiera conocer aspectos locales de

la función, se generan procedimientos que consisten en ir de lo global a lo local. Este conjunto de procedimientos favorece una conceptualización de función que relaciona la representación de una “curva completa” y la “función prototipo” a través de variar los parámetros de la función para buscar comportamientos. (Cordero, 2006b).

De esta forma, el diseño de una situación de aprendizaje que involucre a la modelación y a la graficación deberá concebirse a través de múltiples realizaciones.

2.3 La graficación como ajustes en una estructura para producir un patrón deseable

Siguiendo con la misma situación de analizar funciones a través de sus comportamientos gráficos se puede revisar la actividad de variación de parámetros que se describe a continuación y se encuentra en Cordero y Solís (2001).

En este diseño de situación se propicia que los estudiantes relacionen la ‘gráfica completa’ y la expresión $y = A[f(Bx + C)] + D$ a través de asignar significados a los coeficientes A , B , C y D . Los procedimientos que se propician son en dos sentidos: por un lado se modifica la gráfica (traslaciones y transformaciones) para encontrar el patrón de comportamiento de la expresión $y = A[f(Bx + C)] + D$, y por otro lado, al variar los parámetros A , B , C y D , se identifican los patrones de comportamiento de la gráfica. Los parámetros son las variables de la función, no en sí, la variable x : la expresión $y = A[f(Bx + C)] + D$, es sustituida por $Y(A, B, C, D)$. La concepción de función predominante está relacionada con aspectos globales de la función, es decir, la gráfica es un objeto que se mira en forma completa.

En este aspecto del diseño el concepto de función es concebido como una ‘instrucción que organiza comportamientos’. Así el aspecto a resaltar del diseño es la acción de realizar ajustes en la estructura de la expresión analítica general de la función para obtener diferentes patrones de comportamiento en sus gráficas.

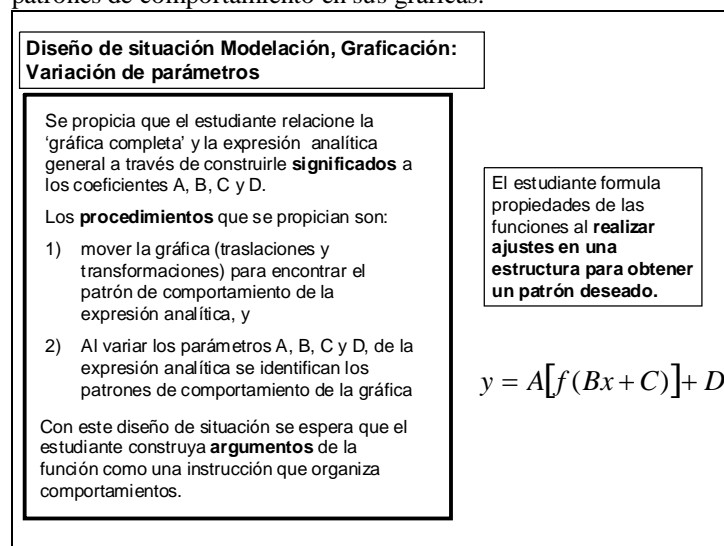


Ilustración 2. Los elementos de un diseño de situación con realización de ajustes en una estructura para obtener un patrón deseado.

Este diseño de situación vincula la modelación y la graficación, a través de relacionar los significados, los procedimientos y los argumentos. El hilo conductor de la situación consiste en uno de los aspectos de la modelación: realizar ajustes a una estructura para obtener un patrón deseado.

Estos dos elementos que ya se han podido identificar: el hecho de que la graficación pueda llevar a cabo múltiples realizaciones y de que la graficación permita hacer ajustes en su propia estructura para producir un patrón deseable, aportan elementos para concebir que la graficación también es un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación (Cordero, 2006b). Estos elementos didácticos de la modelación y de la graficación contribuyen a concebir actividades para resignificar los objetos asociados a la matemática del cambio. Todo ello conlleva interpretaciones significativas nuevas en el sistema escolar, las cuales centran la atención en las prácticas de referencia que dan significado a la matemática escolar.

3. USO DE LAS GRÁFICAS EN EL BACHILLERATO

En este apartado mencionaremos las construcciones de los estudiantes al trabajar gráficamente actividades de modelación del cambio y movimiento. Las actividades propuestas a los estudiantes surgen de los resultados de investigaciones previas sobre el uso de las gráficas: los patrones de uso, las categorías de uso en los textos del nivel básico y las resignificaciones en la alternancia de usos (Torres, 2004; Flores, 2005; Cen, 2006).

La puesta en escena de una Situación de Modelación del Movimiento requirió de un grupo de estudiantes con algunos elementos de graficación de funciones. Se requirió un espacio físico, materiales e instrumentos tecnológicos para realizar y registrar la simulación del movimiento. Además, para fines de la investigación se contó con equipo de grabación y registro. En este caso se obtuvieron datos en videos, reportes del trabajo realizado, pantallas de calculadoras y, si es posible, registros con notas del monitoreo de los equipos. Los estudiantes que participaron en la experiencia fueron de un bachillerato mexicano, cuyas edades oscilaron entre 15 y 18 años. La situación se llevó a cabo con equipos de tres o cuatro estudiantes, en sesiones de dos horas, durante cuatro semanas.

A los equipos se les presenta la siguiente secuencia de tareas:

S1. Sesión 1. -Semana 1 Describir gráficamente el descenso de temperatura de un cuerpo que está previamente calentado a 30 grados centígrados y se retira la fuente de calor.

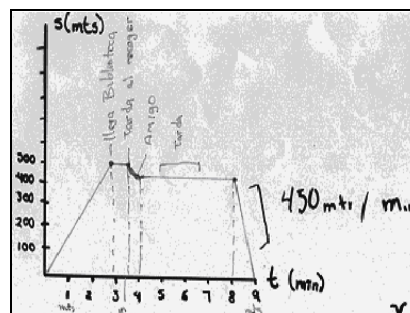
S2. Sesión 2. -Semana 2 Describir gráficamente el movimiento de un balón que 1) cae libremente, 2) se tira verticalmente hacia arriba, 3) se tira verticalmente hacia abajo con rebote.

S3. Sesión 3. -Semana 3 Describir gráficamente el movimiento de una persona que se aleja 500 metros de un

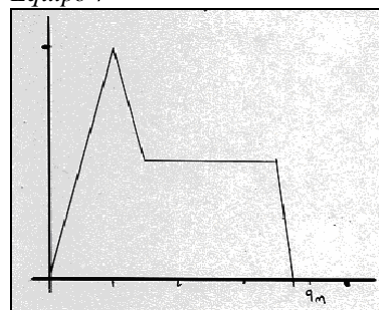
punto de partida para regresar a él después de 9 minutos de recorrido. Durante el trayecto se detiene cuatro minutos.⁵

S4. Sesión 4. -Semana 4 Describir gráficamente el movimiento de un elevador de una edificio habitacional a lo largo día cotidiano.

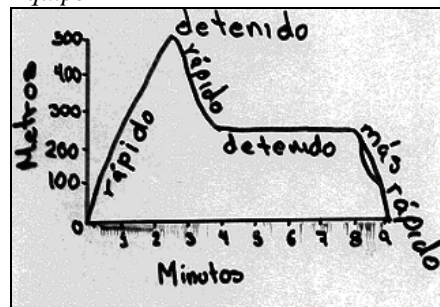
A partir del análisis realizado, en particular de la tercera sesión, los estudiantes expresan ideas del movimiento al hacer una descripción gráfica de la posición y de la velocidad, discuten sobre la inclinación de las rectas, aun antes de realizar la simulación y obtener las gráficas con la tecnología⁶.



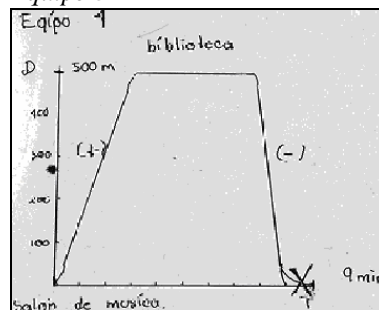
Equipo 7



Equipo 2



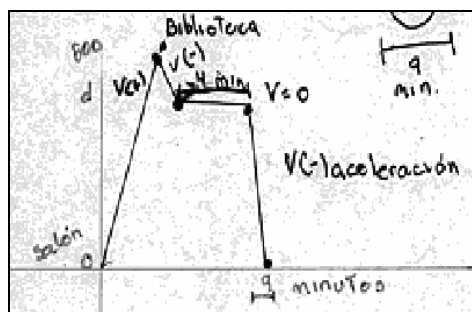
Equipo 3



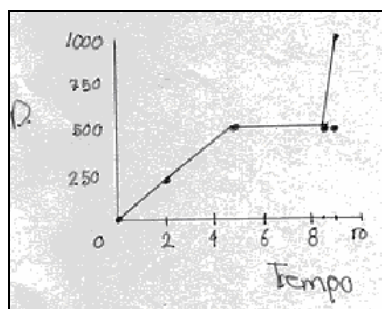
Equipo 4

⁵ Actualmente esta actividad de aprendizaje forma parte de el Paquete Didáctico de Matemáticas de Geometría Analítica de los cursos de Nivel Medio Superior del Instituto Politécnico Nacional (IPN, 2004 y IPN, 2006).

⁶ La tecnología utilizada consistió en el uso de sensores y calculadoras graficadoras



Equipo 5



Equipo 6

Ilustración 3. Modelos gráficos de la situación de movimiento

Relacionan los aspectos de la situación de movimiento con las gráficas obtenidas a partir de múltiples realizaciones del movimiento frente al sensor. Identifican los intervalos de cambios de velocidad. Con respecto a la pendiente podemos afirmar que identificaron en la gráfica que una recta con menor inclinación representaba que su velocidad era más lenta que aquella que tuviera mayor inclinación, transitaron entre las diferentes representaciones que estaban en juego como son la verbal, la gráfica y por supuesto la de la simulación. Por lo tanto, en esta experiencia los estudiantes tuvieron una visión global y local, tanto cualitativa como cuantitativa de la gráfica, en la que los estudiantes pudieron explorar y dar explicaciones de lo que sucede con la situación.

Los ciclos de exploraciones, discusiones y reflexiones de situación-simulación-situación permiten incorporar los significados generados por los estudiantes para la construcción de una apreciación cualitativa y cuantitativa de la velocidad durante el recorrido a partir de la gráfica de la posición con respecto al tiempo.

En la ilustración se puede apreciar la diversidad de asociaciones entre una situación de movimiento y la representación gráfica de la posición con respecto al tiempo: puntos donde la velocidad es nula, intervalos donde la velocidad es positiva o negativa y comparaciones entre instantes donde se tiene menor o mayor velocidad o rapidez (valor absoluto de la velocidad).

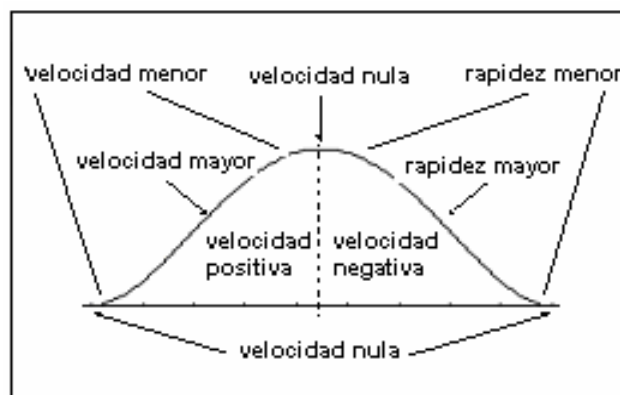


Ilustración 4. Descripción cualitativa de la velocidad

En este sentido la actividad de aprendizaje planteada permite la construcción de conocimiento a partir de la modelación y la simulación del movimiento.

4. EPISTEMOLOGÍA DEL USO DE LAS GRÁFICAS EN ORESME

La hipótesis de construcción de conocimiento que toma a la práctica social como el núcleo del esquema de construcción nos da la pauta para la constitución de una epistemología del uso de las gráficas. Nos centraremos en aquel conocimiento que se encuentra alrededor de la modelación gráfica del cambio y de la variación, como un caso especial se tomará la modelación del movimiento.

Y será por medio del estudio del uso de las gráficas como se describirá esa construcción que llamaremos modelación-graficación. La resignificación del conocimiento será a través del debate entre su función y forma.

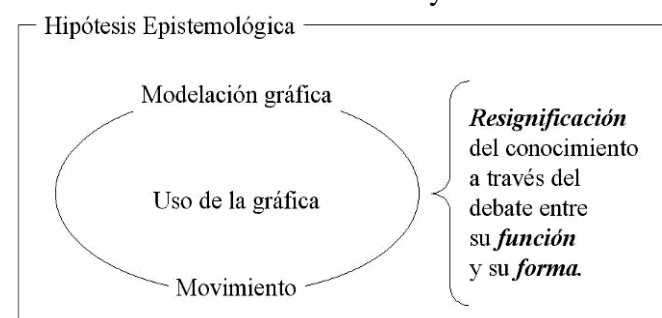


Ilustración 5. Elementos de la epistemología del uso de las gráficas

Con esta premisa epistemológica se realizó un análisis del uso de las gráficas en la obra de Nicolás de Oresme (Suárez, 2006). Este filósofo, situado en el siglo catorce, ha sido estudiado como un matemático importante en la Edad Media. Algunos historiadores han destacado su trabajo en relación con su importancia como precursor de la geometría analítica (González-Urbaneja, 1992, 45), sin embargo éste no es el énfasis en el análisis que brindamos. Nosotros analizamos la obra de Oresme en cuanto a la aportación que tuvo generar una forma de representar las cualidades. La palabra cualidad en sí misma tiene incorporada la noción de variación:

[...] the intensible thing, e.g., a quality. Oresme I.i, in Clagett 1968, 167.

Su propósito fue representar el modo en que las cualidades varían a través de figuras geométricas (rectángulos, trapecios, triángulos, semicircunferencias). La función y forma de las figuras no consistía en describir la posición de los puntos respecto de coordenadas rectilíneas, sino que las figuras mismas eran la esencia de la cualidad de cantidad continua. En ese sentido las figuras geométricas adquirían un significado global. Las propiedades de la figura representaban propiedades intrínsecas a la cualidad misma. Por ello se puede afirmar que Oresme resignifica las figuras geométricas para establecer una forma de describir y manejar la variación. Es decir, atribuye una nueva naturaleza a las figuras de la geometría para cumplir ahora con la función de describir el cambio y la variación.

La aportación de Nicolás de Oresme para el análisis cuantitativo del movimiento la constituye la representación geométrica del mismo. Para Oresme

“[...] la dimensión de los fenómenos está sometida a múltiples variaciones y dicha multiplicidad es difícilmente discernible si su estudio no se remite al estudio de figuras geométricas. [...] Todo lo que varía, se sepa medir o no, lo podemos imaginar como una cantidad continua representada por segmentos rectilíneos.” Oresme, citado por González-Urbaneja, 1992, 42.

Atribuyó a las figuras una naturaleza que *con ayuda de la imaginación* permiten el conocimiento de la cualidad a representar:

“Les propriétés de cette qualité en seront examinées plus clairement et plus facilement dès lors que quelque chose qui lui est semblable est dessiné en une figure plane, et que cette chose, rendue claire par exemple visible, est saisie rapidement et parfaitement par imagination ...car l'imagination des figures aide grandement à la connaissance des choses même” Oresme. Traducido por Souffrin, P. y Weiss, J.P.

Si bien hasta el siglo XVII no se consiguieron métodos matemáticos del Cálculo Diferencial para el estudio el cambio y la variación, sí se dieron dos pasos importantes que preparaban los desarrollos futuros. Uno era conceptual, y se refería a la posibilidad de estudiar de modo matemático aquellos aspectos de la naturaleza que no parecían estar relacionados con lo cuantitativo, o sea, las cualidades. El otro era matemático y consistía en proporcionar instrumentos que, si bien todavía debían mejorarse, ampliaban notablemente las posibilidades efectivas de la física matemática. En ambos aspectos, Oresme realizó importantes contribuciones.

Este análisis del uso de las figuras se basa en una distinción entre las características cualitativas y cuantitativas de una cualidad que proporciona una medida a través de su representación por segmentos. La coordinación de este segmento, representado en forma vertical y el segmento asociado a la extensión de la variación, representado en forma horizontal, determina figuras geométricas que representan la situación de cambio y variación. Así se genera una funcionalidad distinta de las figuras geométricas

ya que se usan para representar diversas formas de variación (constante, uniforme, no uniforme), para caracterizar puntos extremos de la variación o para obtener el movimiento a través de la acumulación de sus cambios.

Aspectos distintivos en cuanto a forma:

- La medida de diversas variables físicas por medio de segmentos
- La figuración de las cualidades

Aspectos distintivos en cuanto a su funcionamiento:

- Distinción entre calidad y cantidad de movimiento
- La constancia de la disminución de la variación en las proximidades de un extremo
- La suma continua para calcular la distancia como el área bajo la gráfica velocidad-tiempo.

Estas características proporcionan un uso de las gráficas que depende de las propiedades geométricas para su descripción (medidas y razones). Además proporcionan un funcionamiento y una forma de la gráfica diferentes a las asociadas a la representación gráfica de una función.

5. SOCIOEPISTEMOLOGÍA DEL USO DE LAS GRÁFICAS PARA LA MODELACIÓN DEL MOVIMIENTO

El análisis anterior nos ha permitido la identificación de aspectos distintivos en la modelación del cambio, en cuanto a sus aspectos de uso de las gráficas, a su forma y a su funcionamiento que logran los estudiantes. Estos elementos se integran en una sola molécula que hemos decidido nombrarla **modelación-graficación**.

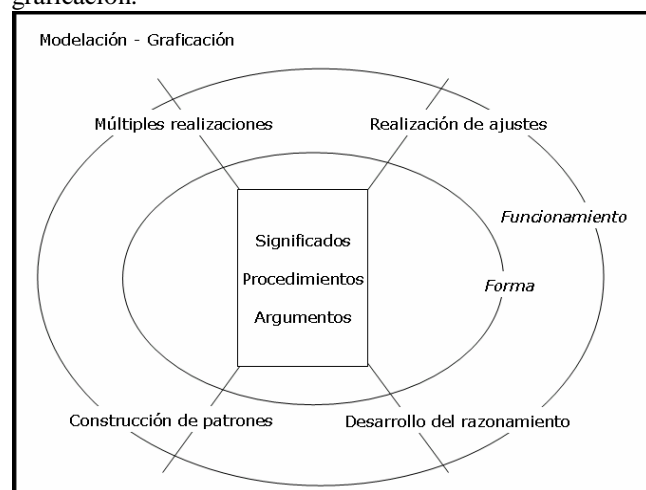


Ilustración 6. Elementos nucleares para la Modelación – Graficación

El potencial de la graficación es mayor si se le considera en sí misma una modelación. Las características que cumplen son: 1) las gráficas se obtienen a partir de una simulación que lleva a cabo múltiples realizaciones y hace ajustes en el movimiento para producir un resultado deseable en la gráfica, 2) tiene un carácter dinámico que permite crear modelos gráficos que se convierten en argumentos para nuevas descripciones de movimientos, 3) propicia la búsqueda de explicaciones y enfatiza los comportamientos invariantes en las situaciones. Con la

Ilustración 6 mostramos la integración de estos elementos.

Estos resultados esbozan una socioepistemología para el uso de las gráficas en la modelación del movimiento que acuña el binomio graficación - modelación y se caracteriza a través de la multiplicidad de factores descritos.

6. HACIA LA MODELACIÓN ESCOLAR

Con la discusión de este artículo se perfilan los elementos que caracterizan los diseños de situación que permiten integrar la graficación y la modelación en un ambiente tecnológico. Se parte del reconocimiento de una diversidad de usos de las gráficas y se plantea la necesidad de buscar las prácticas de referencia asociadas a la modelación y a la graficación.

Se examinó el desempeño de los estudiantes durante la aplicación de diversas situaciones de movimiento y se analizaron en términos de los significados, los procedimientos y los argumentos que pusieron ponen en juego en una actividad de aprendizaje que está diseñada para que la trayectoria de construcción sea:

- 1) el planteamiento de una situación,
- 2) su descripción a partir de una modelación con gráficas,
- 3) su análisis a partir de la simulación de diversas características de la situación y
- 4) regreso a la situación del punto de partida, constituyendo un ciclo: $situación \rightarrow modelación \rightarrow simulación \rightarrow situación$.

Al pasar por las etapas de modelación y simulación se propicia una perspectiva global y local de la situación de movimiento, este regreso constituye una resignificación de la situación.

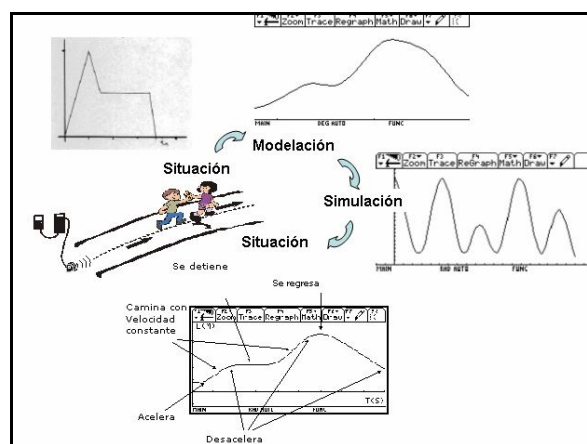


Ilustración 7. Ciclo situación-modelación-simulación-situación

El resultado es una caracterización distinta de otros usos de las gráficas en los que se centra la atención en la expresión algebraica

Se analizó una práctica de referencia anterior a la modelación del movimiento con gráficas cartesianas. Esta práctica, la representación del cambio con figuras geométricas (Oresme, tomado de Clagett 1968), usa como herramienta a triángulos, cuadrados, rectángulos, semicircunferencias, para entender, representar y obtener información con respecto al cambio. Esta práctica

proporciona otros significados y procedimientos a las figuras geométricas y a las relaciones entre ellas y sus valores. Esta resignificación proporciona nuevos argumentos para trabajar con el cambio, estos argumentos involucran la forma de las figuras y su funcionamiento al representar el cambio.

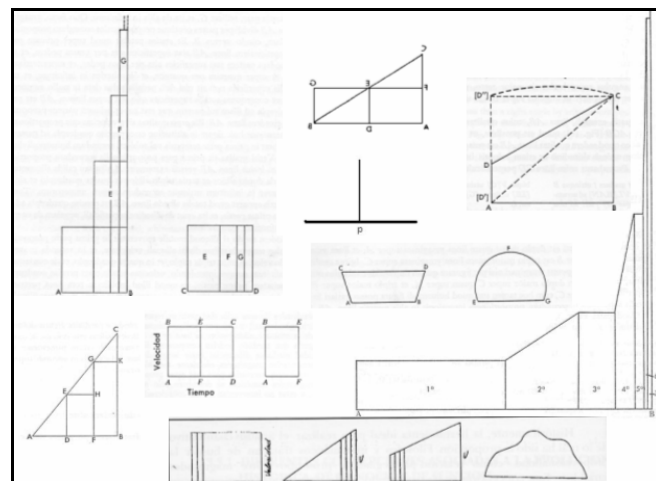


Ilustración 8. Diversidad de figuraciones del movimiento en Oresme.

Se identificó una clase de atributos generativos en las actividades de graficación con tecnología, es decir características que potencian el surgimiento de nuevos significados, procedimientos y argumentos. Actualmente se cuenta con el desarrollo de contenido digitales en donde se integran actividades de modelación del movimiento (IPN, 2006) y actividades de uso de las gráficas (Suárez, Cordero *et al*, 2005).

Este binomio apunta hacia la consideración de un constructo, el cual hemos convenido en llamarle 'modelación escolar' en la que el uso de las gráficas sea la herramienta central que funcione como un argumento de la situación y de esta manera norme la generación de significados y procedimientos asociados al estudio del cambio y de la variación.

7. REFERENCIAS

- Arnau, H., Bastons, C. & Doménech *et. al.* (1997). Diccionario terminológico. Barcelona: Editorial Vicens Vives.
- Arrieta, J. (2003) Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula. Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Arrieta, J.; Buendía, G.; Ferrari, M.; Martínez, G.; Suárez, L. (2004). Las Prácticas Sociales como Generadoras del Conocimiento Matemático. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 17. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. 418-422.
- Blum, W. (1993) Mathematical modelling in mathematics education and instruction. En Breiteig, T.; Huntley, I.; Kaiser-Messmer, G. (Eds.) Teaching and Learning Mathematics in Context. Ellis Horwood.
- Buendía, G. (2004). Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de prácticas sociales (Un estudio socioepistemológico). Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

- Buendia, G. y Cordero, F. (2005) Prediction and the Periodical Aspect as Generators of Knowledge in a Social Practice Framework: A Socioepistemological Study. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 3, 299-333.
- Cantor, R. y Montiel, G. (2001) Funciones: Visualización y Pensamiento Matemático. Prentice Hall y Pearson Education.
- Cen, C. (2006) Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Clagett, M. (1968) Nicole Oresme and the Medieval Geometry of Qualities and Motions. Madison: University of Wisconsin Press.
- Cordero, F. (2001) La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 4, 2, 103-128.
- Cordero, F. (2003) Lo social en el conocimiento matemático: los argumentos y la reconstrucción de significados. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Clame Vol. 16, Tomo 1, pp. 73-78.
- Cordero, F. (2006a). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte Iberoamericano. Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C. , 265-286.
- Cordero, F. (2006b). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20, 1, 59-79.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), pp. 7-38.
- Cordero, F. y Solís M. (2001). Las gráficas de las Funciones como una Argumentación del Cálculo. Grupo Editorial Iberoamericana.
- González-Urbaneja, P. (1992). Las raíces del cálculo infinitesimal en el siglo XVII. Madrid: Alianza Universidad, 1ª ed., 1992.
- IPN (2006). Geometría Analítica. Libro del Profesor. IPN. ISBN: 970-36-0258-4.
- Leinhardt, G.; Stein, M.; Zaslavsky, O. (1990) Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60, 1, 1-64.
- Oresme, N. (1379). *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum*. Traducción. (Souffrin, P. y Weiss, J.P.). Belles Lettres, Paris, 1988.
- Suárez, L. (2006). El uso de las gráficas en la modelación del cambio. Un estudio socioepistemológico de la modelación escolar en un ambiente tecnológico. Memoria predoctoral no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Suárez, L. y Cordero, F. (2005). Modelación en Matemática Educativa. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18. CLAME, 639-644.
- Suárez, L., Cordero, F., Daowz, P., Ortega, P., Ramírez, A. y Torres, J.L. (2005) De los paquetes didácticos hacia un repositorio de objetos de aprendizaje: Un reto educativo en matemáticas. Uso de las Gráficas un ejemplo. *RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*. Volumen 8, No. 1 y 2, 2005. 307-334. ISSN: 1138-2783. Versión en línea [27/04/2007].
http://www.utpl.edu.ec/ried/index.php?option=com_content&task=view&id=413&Itemid=167
- Torres, A. (2004). La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología. Tesis no publicada del Programa de Maestría del CICATA-IPN.