REVISTA ELECTRÓNICA DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS
ISSN 1850-6666

O uso do GeoGebra para a interpretação geométrica de funções aplicadas ao estudo das progressões aritméticas e geométricas

Arnaldo Dias Ferreira[1], Francisco Régis Vieira Alves[2], Maria José Costa dos Santos[3]

adias.matematica@gmail.com , fregis@ifce.edu.br, mazeautomatic@gmail.com,

[1]Professor Especialista no Ensino de Matemática da rede Estadual de Ensino do Ceará. Mestrando do programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Ciências e Tecnologia – IFCE. Av. Treze de Maio, 2081 - Benfica, Fortaleza - CE, 60040-531. Brasil.

[2]Professor Titular do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE, departamento de Matemática e Física. Bolsista de Produtividade em Pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ/PQ2. Coordenador do Doutorado em Rede Região Nordeste – RENOEN - polo IFCE. Brasil, campus Fortaleza, Av. Treze de Maio, 2081 - Benfica, 60040-531.

[3]Doutora em Educação (Conceito CAPES 5). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, UFRN, Pesquisadora e orientadora nos programas de pós-graduação em educação - (PPGE/UFC), e Mestrado profissional em ensino de Ciências e Matemática - (ENCIMA/UFC) Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação. Rua Walderi Uchoa Benfica 60000000 - Fortaleza, CE - Brasil.

Resumo

A matemática do ensino médio presente nos livros didáticos deixa lacunas em relação ao desenvolvimento de alguns conteúdos, principalmente os relacionados às Progressões. O objetivo desse trabalho é apresentar uma situação didática com o uso do *software* GeoGebra na interpretação geométrica das Progressões Aritméticas e Geométricas, possibilitando a visualização matemática a partir dos gráficos gerados. A metodologia de pesquisa adotada foi a Engenharia Didática, associada ao método de Descartes. Como resultados, constatou-se que a situação didática vivenciada com os professores, possibilitou a visualização simultânea dos gráficos referentes às progressões aritmética e geométrica, assim também como o reconhecimento da necessidade da mesma para a compreensão do conteúdo apresentado. Concluiu-se que esse estudo fomenta uma discussão sobre a importância da utilização de ferramentas digitais como o *software* GeoGebra, para abordar conteúdos de matemática pouco explorados pelos livros didáticos, possibilitando ampliação de sua utilização nas práticas docentes com a interpolação aritmética e geométrica.

Palavras-chave: Situações Didáticas Olímpicas; Engenharia Didática; Progressões; GeoGebra.

El uso de GeoGebra para la interpretación geométrica de funciones aplicadas al estudio de las progresiones aritméticas y geométricas

Resumen

La matemática del bachillerato presente en los libros de texto deja vacíos en relación al desarrollo de algunos contenidos, principalmente los relacionados con las Progresiones. El objetivo de este trabajo es presentar una situación didáctica con el uso del software GeoGebra en la interpretación geométrica de Progresiones Aritméticas y Geométricas, permitiendo la visualización matemática a partir de los gráficos generados. La metodología de investigación adoptada fue la Ingeniería Didáctica, asociada al método de Descartes. Como resultado, se encontró que la situación didáctica vivida con los docentes posibilitó la visualización simultánea de las gráficas referentes a progresiones aritméticas y geométricas, así como el reconocimiento de la necesidad de la misma para comprender el contenido presentado. Se concluyó que este estudio propicia una discusión sobre la importancia de utilizar herramientas digitales como el software GeoGebra, para abordar contenidos matemáticos poco explorados por los libros de texto, permitiendo la expansión de su uso en prácticas docentes con interpolación aritmética y geométrica.

Palabras clave: Situaciones Didácticas Olímpicas; Ingeniería Didáctica; Progresiones; GeoGebra.

The use of GeoGebra for the geometric interpretation of functions applied to the study of arithmetic and geometric progressions

Abstract

The high school mathematics present in textbooks leaves gaps in relation to the development of some contents, mainly those related to Progressions. The objective of this work is to present a didactic situation with the use of GeoGebra software in the geometric interpretation of Arithmetic and Geometric Progressions, enabling the mathematical visualization from the generated graphics. The research methodology adopted was Didactic Engineering, associated with Descartes' method. As a result, it was found that the didactic situation experienced with the teachers made it possible to simultaneously view the graphs referring to arithmetic and geometric progressions, as well as the recognition of the need for it to understand the content presented. It was concluded that this study fosters a discussion about the importance of using digital tools such as GeoGebra software, to address mathematics content that is little explored by textbooks, enabling the expansion of its use in teaching practices with arithmetic and geometric interpolation.

Keywords: Olympic Didactic Situations; Didactic Engineering; Progressions; GeoGebra.

L'utilisation de GeoGebra pour l'interprétation géométrique des fonctions appliquées à l'étude des progressions arithmétiques et géométriques

Résumé

Les mathématiques du secondaire présentes dans les manuels scolaires laissent des lacunes par rapport au développement de certains contenus, principalement ceux liés aux Progressions. L'objectif de ce travail est de présenter une situation didactique avec l'utilisation du logiciel GeoGebra dans l'interprétation géométrique des progressions arithmétiques et géométriques, permettant la visualisation mathématique à partir des graphiques générés. La méthodologie de recherche adoptée était l'Ingénierie Didactique, associée à la méthode de Descartes. En conséquence, il a été constaté que la situation didactique vécue avec les enseignants permettait de visualiser simultanément les graphiques faisant référence aux progressions arithmétiques et géométriques, ainsi que la reconnaissance de la nécessité pour elle de comprendre le contenu présenté. Il a été conclu que cette étude favorise une discussion sur l'importance d'utiliser des outils numériques tels que le logiciel GeoGebra, pour aborder un contenu mathématique peu exploré par les manuels, permettant l'expansion de son utilisation dans les pratiques d'enseignement avec interpolation arithmétique et géométrique.

Mots clés : Situations Didactiques Olympiques; Génie Didactique; Progressions; GeoGebra.

1. INTRODUÇÃO

O estudo das progressões refere-se às sequências numéricas, que, de certo modo, apresentam alguma regularidade ou padrão. As sequências são encontradas em nosso cotidiano de diversas formas e pode-se observar vários grupos que são assim classificados, por exemplo: as numerações das casas que geralmente obedecem a uma sequência, a ordem dos nomes em uma lista de frequência escolar, a organização dos dias do ano em um calendário, a classificação dos alunos aprovados em um concurso, tudo isso, também é uma sequência. Souza e Garcia (2016, p. 196-197), definem sequências finitas e infinitas da seguinte forma:

> Chamamos de sequência finita de n termos toda função cujo domínio é o conjunto dos n primeiros elementos de N*, ou seja, {1,2,3,4,5….,n}, e cujo contradomínio seja um conjunto qualquer não vazio. Geralmente, o conjunto imagem dessa função é indicado por: $\{a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n\}$. Observe que ao escrevermos uma sequência estamos associando a cada posição (1ª, 2ª, 3ª,...) um elemento que é o termo correspondente da sequência. Assim, podemos pensar em uma sequência como uma função, que a cada número natural não nulo associa um elemento.
>
> Chamamos de sequência infinita toda função de domínio N*= {1,2,3,4, 5…,n,…} e cujo contradomínio seja um conjunto qualquer não vazio. Geralmente, o conjunto imagem dessa função é indicado por: $\{a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n, …\}$. Costumamos representar apenas a imagem de uma sequência infinita, já que o domínio está implícito.

Há relatos de que o estudo das progressões já era feito antes de Cristo. Tais relatos do uso de progressões, podem ser encontrados no Papiro de Ahmes, por volta do século XVII a. C. Pitzer e Fávero (2017). Conforme é possível verificar na figura 1 a seguir, a imagem do referido Papiro:

Também existem relatos de que matemáticos da escola Pitagórica também descreveram algumas progressões através de estudos do som. No filme *A História do Número Um* há uma menção sobre o estudo realizado por Pitágoras em que ele observava que a vibração de cordas produzia uma frequência que formava uma sequência numérica, criando então, as escalas musicais.

Figura 1: Papiro de Rhind

Fonte: A História do Papiro de Rhind, Revista Maiêutica, Indaial, V.5, n.01, p.79-86, 2017 p.82

Tal estudo, referente às progressões, tem se mostrado de fundamental importância e relevância em situações cotidianas que envolvem a matemática. Pode-se relacionar, por exemplo, os juros simples com a progressão aritmética e os juros compostos estão relacionados com a progressão geométrica.

Para o pesquisador Thomas Malthus, a humanidade sempre iria se defrontar com a escassez de alimentos. Ele era um economista e foi responsável por um estudo que teve um grande impacto mundial, pois em 1798, ele publicou um artigo intitulado "Um ensaio sobre o princípio da população", ele defendia a tese de que a população cresce em progressão geométrica (PG) enquanto a produção de alimentos cresce em progressão aritmética (PA), um descompasso que provoca a fome e estimula a disputa entre os homens.

Embora nos tempos atuais pode-se afirmar que Malthus estivesse errado Alves (2014, p. 226), não se pode deixar de ressaltar que ele tenha levantado uma questão salutar, qual seja, o quão importante pode ser o estudo da matemática para entendermos a sociedade, e o estudo das progressões sempre teve um papel crucial nesse contexto.

No entanto, apesar de ser um conteúdo tão importante para a humanidade, os processos de ensino e aprendizagem das progressões não acompanhou o desenvolvimento esperado, especialmente quanto ao modo como é apresentado aos estudantes, pois os livros didáticos, em geral não contemplam o assunto por completo e trazem apenas uma apresentação superficial dos conteúdos. Conforme exposto em Fonseca e Vilela (2014, p. 573) sobre que nos livros "a teoria é apresentada através de definições, de fórmulas e, raramente, de demonstrações dos teoremas matemáticos, sendo ausentes, até mesmo, as discussões sobre as relações dos diferentes tópicos da matemática." Sendo estes geralmente os únicos recursos disponíveis utilizados por professores, conforme verifica-se na fala de Alves, Borges Neto e Barreto (2011, p.10)

> Na maioria dos casos, ao finalizar um período árduo de estudo no ambiente acadêmico, com duração entre 3 a 4 anos, caracterizado por um contato com teorias de natureza específica e pedagógica, o professor recém-formado adota, tradicionalmente, como principal instrumento e recurso em sala de aula, o livro didático.

Quando o assunto é o ensino de interpolação aritmética e/ou geométrica, os livros didáticos são ainda mais restritos e quase sempre apresentam apenas em forma de exercícios ou através de pequenas notas, diminuindo ainda mais a importância do seu estudo na vida dos estudantes.

Para exemplificar, verifica-se que a obra de Souza (2013) no livro Novo Olhar Matemática, refere-se ao assunto de interpolação geométrica na página 239, através de uma pequena nota destacada no canto superior direito com a seguinte definição "Interpolar meios geométricos significa intercalar números reais entre dois números dados, de tal forma que a sequência formada por todos esses números seja uma PG." Vale ressaltar que o autor somente fez a referida definição para justificar o assunto como informação em uma questão resolvida, propondo como exercício aos alunos apenas três outras, referente ao assunto em questão.

No livro *Matemática: ensino médio, de Smole e Diniz* (2005) nota-se que a abordagem sobre Interpolação está restrita a uma pequena definição de interpolação geométrica, e aparece apenas no enunciado de uma única questão na pág. 182, questão 57 da seguinte forma:

> Interpolar (ou inserir, intercalar) **m** meios geométricos entre os números **A** e **B** significa formar uma P.G. de (m + 2) termos cujo primeiro termo seja **A** e cujo último termo seja **B**. interpole: a) 3 meios geométricos entre 2 e 32. b) 4 meios geométricos entre -2 e 486. Smole e Diniz (2005, p.182).

Seguindo nessa mesma linha está o livro do autor Paiva (2013) intitulado Matemática Paiva, que nem sequer apresenta a definição de interpolação aritmética e/ou geométrica e expõe o aluno diretamente ao assunto, apenas a partir de uma questão resolvida como exemplo na página 272 e nesta mesma página como exercício proposto ao aluno na questão 45. A qual apresenta-se abaixo, apenas como exemplo, sem a intenção de fazer uma análise da obra de nenhum autor especificamente, mas trata-se apenas da seguinte questão citada: "Interpole 4 meios geométricos entre 1 e 7, nessa ordem".

Nota-se ainda que dentre os livros pesquisados – *Novo Olhar Matemática, de Souza* (2013), *Matemática: ensino médio*, de Smole e Diniz (2005), *Matemática Paiva*, do autor Paiva (2013) –, nenhum apresenta o conceito para o estudo da interpolação dos termos em P.A., restringindo-se a sua apresentação superficial apenas para o estudo da P.G. e da forma como está posto aqui. Motivo que nos levou a refletir e questionar se, a falta de definições, se dá pelo fato de os autores julgarem que o assunto em questão, não seja relevante para o ensino de matemática no nível médio?

Essas reflexões levam a algumas indagações como: essa carência de definições e abordagens adequadas ao assunto relativo às interpolações aritméticas e geométricas prejudicam a aprendizagem desse conteúdo por parte dos alunos?
Tais exercícios contribuem para a compreensão do referido conteúdo?

Dessa forma, o ensino de matemática precisa ter como principal premissa além da utilização da linguagem matemática, usar diferentes recursos para facilitar o processo de aprendizagem, assim também como procurar contextualizar os conteúdos sempre que possível. De acordo com Santos (2018, p. 132), "a Matemática constitui uma área de conhecimento que para alguns é complexa, mas quando trabalhada de forma contextualizada e transdisciplinar, se apresenta como campo curricular fascinante",

Assim, observando tais aspectos investigativos propõe-se como objetivo desse trabalho apresentar uma situação didática, com o uso do *software* GeoGebra na interpretação geométrica das Progressões Aritméticas e Geométricas possibilitando a visualização matemática, a partir dos gráficos gerados.

Com a utilização do GeoGebra, pode-se observar futuramente o comportamento dos gráficos gerados a partir dos termos das progressões e, a partir daí, compreender as possíveis dúvidas geradas na resolução de uma questão envolvendo o assunto de sequências de que trata este artigo. Nesse estudo apresenta-se uma Situação Didática Olímpica envolvendo o assunto de PA e PG e os seus gráficos utilizando para isso os recursos oferecidos pelo *software*. A situação didática foi aplicada a um grupo de professores do nível médio e dois professores dos anos iniciais do ensino fundamental, a fim de analisar de que forma eles avaliariam o método de resolução através do uso do GeoGebra como ferramenta de suporte pedagógico digital, configurando, assim, a Engenharia Didática-ED de segunda geração, que de acordo com os estudos de Perri-Glorian (2009) "tem como objetivo o desenvolvimento de recursos para o ensino regular ou a formação de professores" como citado em Almouloud e Silva (2012, p.28).

Alves e Borges Neto (2012) relatam a importância do suporte pedagógico digital que o uso do *software* GeoGebra tem para o ensino de matemática, proporcionado pelo recurso visual por meio dos gráficos que são observados com a utilização do programa. Percebe-se quando o autor enfatiza que:

> Deste modo, buscamos estimular um olhar pormenorizado do aprendiz, no sentido de "enxergar" propriedades formais a partir da visualização dos gráficos que serão exibidas nas figuras ao longo deste texto (Alves & Borges Neto, 2012, p. 328)

E ainda enfatiza que o *software* GeoGebra tem um papel que funciona como um elemento impulsionador capaz de despertar maior interesse no aluno.

Esta pesquisa traz em sua primeira parte um apanhado sobre o conhecimento das sequências ao longo da história da matemática e a importância desse estudo para o seu desenvolvimento. Também discorre sobre a ausência que os livros didáticos destinam para este assunto atualmente.

Na segunda parte apresenta-se a metodologia de pesquisa desse trabalho, que é a ED. Embasa-se também esse estudo em diversos autores, dentre eles estão Michele Artigue (1995), Guy Brousseau (1998), Lima, Azevedo e Alves (2020), Andrade e Brandão (2018), Almouloud e Coutinho (2008), Alves, Dias e Lima (2018), Oliveira, Andrade e Alves (2019) e Santos e Alves (2017), dentre outros.

Na terceira parte apresenta-se as definições de Progressões Aritméticas e Geométricas, segundo alguns autores de livros voltados para o nível médio, conforme assunto aqui abordado e que pretende-se aprofundar na quarta parte, onde apresenta-se uma situação didática para analisar a resolução de uma questão olímpica utilizando como recurso pedagógico o *software* GeoGebra, para a transposição didática Chevallard (2013) dos conteúdos, a fim de verificarmos como os professores do nível médio avaliarão o método de resolução e sua relevância prática numa possível utilização com os seus alunos.

2. CAMINHOS DA PESQUISA: A IMPORTÂNCIA DO MÉTODO

Descartes (2017), descreve a importância do método nas pesquisas de modo a organizar o pensamento. Para isso, ele propõe a utilização de apenas quatro preceitos lógicos que, segundo ele, são o suficiente para alcançar os objetivos almejados. Percebe-se que o autor tentava evitar a dúvida sobre o que ele acreditava ser verdade, determinando assim uma regra para a evidência, uma para a análise, uma para a síntese e a última para a enumeração. Tais regras, de acordo com Descartes (2017, p. 27), são em sua originalidade descritas

> O Primeiro era o de nunca aceitar alguma coisa como verdadeira que eu não conhecesse evidentemente como tal, ou seja, de evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção e de nada mais incluir em meus juízos que não se apresentasse tão clara e distintamente a meu espírito, que eu não tivesse motivo algum de duvidar dele.
> O segundo, o de dividir cada uma das dificuldades que eu analisasse em tantas parcelas quantas fossem possíveis e necessárias, a fim de melhor resolvê-las.
> O terceiro, o de conduzir por ordem meus pensamentos, começando pelos objetivos mais simples e mais fáceis de conhecer, para elevar-me, pouco a pouco, como que por degraus, até o conhecimento dos mais compostos e presumindo até mesmo uma ordem entre aqueles que não se precedem naturalmente uns dos outros.
> E o último, o de elaborar em toda parte enumerações tão completas e revisões tão gerais, que eu tivesse a certeza de nada omitir.

Esta pesquisa tem caráter teórico, de análise e síntese de conhecimentos, levando à construção de novos saberes. Considerando-se seu ponto de vista e sua natureza, ela se constitui como sendo uma pesquisa aplicada, já que objetiva gerar novos conhecimentos e estes poderão ser úteis para o avanço da ciência e com aplicação prática prevista Prodanov e Freitas (2013). Os conhecimentos gerados sobre o comportamento do gráfico de uma função aplicada ao estudo das progressões poderão proporcionar novas possibilidades didáticas para o estudo deste assunto em sala de aula.

A metodologia de pesquisa aplicada para este trabalho é a Engenharia Didática (ED) de Michelle Artigue (1995), que consiste em tentar aproximar o trabalho dos alunos ao de um pesquisador.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1. O GeoGebra como ferramenta didática

Para a BNCC Brasil (2018), a escola, face às exigências da Educação Básica, precisa ser reinventada, priorizando processos capazes de gerar sujeitos criativos, participativos, cooperativos, autônomos e preparados para a sociedade. Diz também que a escola tem tido dificuldades para tornar os conteúdos escolares interessantes devido à falta de significado na sua apresentação durante o processo de ensino e de aprendizagem.

Nessa linha, associa-se a essa ideia metodológica, como forma de instrumentalização e como uma abordagem matemática inovadora, aliada à utilização do *software* GeoGebra para a facilitação e melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem.

O *software* GeoGebra foi pensado e criado para dar suporte ao ensino de matemática e possui um amplo campo de possibilidades de utilização, podendo ser útil a diferentes propósitos. Conforme destaca (Lima et al. 2020, p. 344), "a escolha deste *software* surgiu a partir da sua facilidade de uso e forma dinâmica, permitindo a participação ativa do aluno no ato de resolver o problema." E ainda ressaltam que, este *software* pode tornar o ensino e aprendizagem mais prazeroso e instigante, além de melhorar a visualização e dinamismo de certos conteúdos de matemática. (Lima, et al, 2020, p. 344).

Segundo (Andrade et al. 2018, p. 760)

> Os *softwares* educacionais estão cada vez mais sofisticados e cheios de recursos que auxiliam no ensino e no aprendizado da matemática. O GeoGebra, por exemplo, é um aplicativo que apresenta ferramentas voltadas para a aprendizagem da geometria e da álgebra, nele é possível investigarmos o comportamento do gráfico de uma função de forma dinâmica e atrativa.

Os referidos autores destacam que com todos os avanços tecnológicos ainda se encontra professores com dificuldades no ensino da matemática, como também alunos que não conseguem compreender de modo significativo alguns conceitos importantes desta ciência, como por exemplo o conceito de função, (Andrade et al. 2018, p. 760).

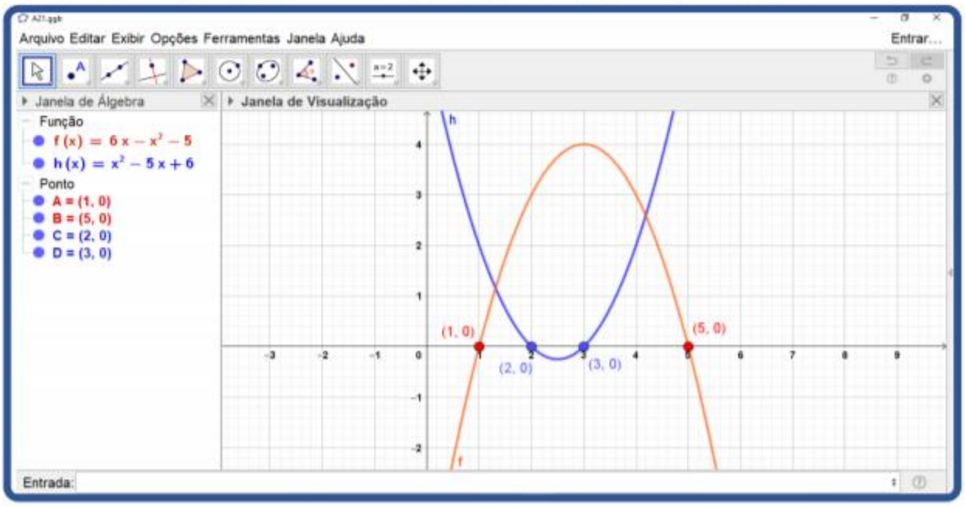
O *software* em questão é acessível e de fácil utilização para o auxílio no ensino de diversas áreas do conhecimento, conforme citado acima, que apesar de ter sido desenvolvido para o ensino de matemática, também atende às áreas afins, como verifica-se nas pesquisas apresentadas para o estudo de funções, por exemplo, deve-se verificar o conteúdo das progressões. De que formas pode-se abordar o estudo das progressões com a utilização do GeoGebra? Conhecendo a sua praticidade para o estudo das funções, poder-se-ia dispor desse conhecimento para o estudo das progressões?

Baseando-se nesses autores, referenciados na seção anterior, busca-se o entendimento da resolução das questões apresentadas, especificamente da Situação Didática Olímpica (Lima, et al. 2020), com o intuito de apresentar uma proposta para a resolução de problemas olímpicos que pode ser facilmente aplicada em sala de aula, dando enfoque à participação ativa dos estudantes na construção do conhecimento.

Dessa forma, a visualização através da construção dos gráficos a partir de suas ferramentas. Além de facilitar esse entendimento é possível aprofundar o conhecimento através dos exemplos conforme esclarece Andrade (2017, p. 76): “A questão seguinte da atividade, a ser realizada com o auxílio do *software* GeoGebra, tratou-se da construção dos gráficos das funções resolvidas na questão anterior ($f(x) = 6x - x^2 - 5$ e $h(x) = x^2 - 5x + 6$), com a identificação no gráfico dos pontos correspondentes aos zeros das funções.” A Figura 2 representa a construção do gráfico da questão.

Figura 2 - Gráfico da questão

Figura 18: Representação da construção do gráfico proposto pela Atividade 2.1



Fonte: Andrade (2017, p. 76)

A seguir apresenta-se um paralelo entre a metodologia de pesquisa Engenharia Didática e o método de Descartes.

4. A PESQUISA E O MÉTODO: APOIO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

A ED teve o seu início na década de 1960, e foi idealizada a partir de discussões realizadas no IREM (Instituto de Investigação do Ensino de Matemática) cujo foco era a construção de material para o apoio em sala de aula e para complementar a formação de professores, assim sendo, essa metodologia tem uma característica que traz uma abordagem qualitativa. De acordo com Almouloud e Coutinho (2008, p. 66).

> A Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza- se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste.

Todavia essa metodologia de pesquisa, possibilita ao pesquisador se basear em conhecimentos teóricos de modo a identificar os problemas recorrentes do ensino, proporcionando um suporte teórico e metodológico para o planejamento das situações didáticas em sala de aula, mesmo antes de colocá-los em prática

Dentro da ED, o processo investigativo tem quatro fases, são elas: análises preliminares, concepção e análise a priori das situações didáticas, experimentação e análise a posteriori e validação, Artigue (1995). O que possibilita-se criar um paralelo entre as fases da ED e o método criado por Descartes e passa-se a explanar a seguir.

4.1 Análises preliminares e a regra da evidência de Descartes

Conforme Artigue (1995), nessa fase inicial são realizadas algumas análises prévias. Logo, essa fase tem o objetivo de conhecer o funcionamento do ensino de certo conteúdo qualquer, a fim de propor uma intervenção que modifique para melhor a sala de aula usual. A fase das Análises Preliminares apresenta uma evolução do conteúdo a ser estudado.

É nesta fase que realiza-se uma revisão literária que envolve as condições e contextos presentes nos vários níveis de produção didática e no ambiente onde ocorrerá a pesquisa, assim como uma análise geral quanto aos aspectos histórico-epistemológicos dos assuntos do ensino que serão trabalhados e os seus efeitos.

Nesta fase, Descartes propõe a busca pelo conhecimento, partindo do ponto mais simples, a fim de se conhecer melhor a teoria sobre o objeto a ser estudado. Desse modo, Oliveira (2016, p. 11) enfatiza que “é muito importante que o aluno seja levado a realizar suas próprias descobertas, pois na busca pela solução o mesmo pode explorar os seus conhecimentos prévios.”

4.2 Concepção e Análise a priori e a regra da análise de Descartes

A segunda fase da ED é a Concepções e Análise a priori, que segundo (Santos et al. 2017, p. 450), serve para buscar a definição de variáveis "a fim de direcionar a pesquisa e propor um plano de ação". Tanto a primeira fase das Análises Preliminares quanto essa fase funcionam como mecanismos de orientação para o desenvolvimento da terceira fase, ou seja, a fase da experimentação.

Nessa fase Descartes, propõe uma divisão do problema em tantas partes quanto sejam necessárias, a fim de melhorar a sua solução, comparando com a fase do planejamento de uma situação didática a ser realizada (plano de ação).

4.3 Experimentação e a regra da síntese do método de Descartes

(Santos et al, 2017, p. 450), assim definem a fase da experimentação como uma etapa de coleta de dados através de vários formulários e, portanto, é a:

> etapa de aplicação das situações didáticas e coleta dos dados relativos à pesquisa. Nesta coleta, podemos fazer uso de vários instrumentais, tais como relatórios, registros fotográficos, produções dos alunos, entrevistas, dentre outros recursos, a fim de formarmos o corpus da pesquisa.

Nesse sentido, a fase da experimentação promove uma interação mútua entre todos os agentes envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem. Tais instrumentais são descritos por Descartes como uma ordenação das variáveis envolvidas na pesquisa.

4.4 Análise à posteriori e Validação e a regra da enumeração

Essa é a quarta fase da ED, que baseado em Artigue (1995), se caracteriza pelo tratamento dos dados coletados. Nela também ocorre a devida confrontação com a análise à priori, o que permite interpretações dos resultados e, em que condições as questões levantadas foram solucionadas. Assim, pode-se analisar se e quando ocorrem as contribuições para a superação do problema.

Na quarta fase, Descartes busca selecionar o que for necessário e suficiente para responder ao problema, evitando ao máximo a possibilidade de quaisquer dúvidas, corroborando à fase de validação da ED.

Essa metodologia foi pensada e formulada para o ensino de Matemática, determinando assim um maior interesse por nossa escolha em adotá-la, posto que com ela pode-se trabalhar Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) que direcionam o aluno/estudante a agir como protagonista, isto é, o aluno deve ser atuante e participante direto de seu aprendizado e o professor intermedia essas SDOs para que o aluno não se sinta isolado desse processo.

Aliada a ED pode-se contar com a fundamentação da Teoria das Situações Didáticas (TSD), de Guy Brousseau (1998) que traz nas suas fases dialéticas uma complementaridade no que tange a ideia de tornar o aluno um pesquisador. Segundo Alves (2020, p. 494) Guy Brousseau também discorreu sobre a noção de "epistemologia" ou obstáculos epistemológicos para exprimir o pensamento do referido autor acerca da TSD. Alves (2020, p. 462) discorre que

> Não podemos desconsiderar uma tradição e a influência expressiva dos estudos desenvolvidos no campo da Psicologia francesa, nos meados dos anos 80. Não por coincidência, depreendemos que o pensamento de Brousseau (1986) se mostra largamente afetado por esses estudos em Psicologia (com origem piagetiana) quando, por exemplo, coloca e indica um papel importante para a noção de "situação" e/ou a "análise das situações e da atividade"

Em consonância com tal pensamento é que apresenta-se a seguir o escopo desse trabalho, apoiados nas fases mencionadas anteriormente.

5 ANÁLISES PRELIMINARES DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Inicia-se esse estudo com um apanhado teórico acerca dos conceitos de progressões e suas características principais, como as definições e termos gerais. Para uma melhor compreensão sobre a transposição de fórmulas quando da utilização do *software* e a sua interpretação gráfica, no modelo de pontos de uma função.

5.1 Conceito de progressão

Uma progressão é um tipo de sequência numérica que obedece a uma determinada lógica matemática, determinada de lei de formação da sequência. A partir dela pode-se encontrar qualquer termo dessa sequência, além disso, elas podem ser classificadas de várias formas. Conforme cada especificidade de suas características.

Souza e Garcia (2016, pp. 200-214) apresentam as definições de Progressão Aritmética e geométrica conforme mostra-se a seguir, sempre fazendo um *link* entre as progressões e as funções correspondentes.

5.2 Progressão Aritmética (PA)

Em uma progressão aritmética, tem-se uma sequência que é determinada de tal forma que, cada termo a partir do segundo, é adicionado a uma constante r ao termo antecessor. Essa constante r é conhecida como razão da progressão aritmética, permitindo assim que seja encontrado o termo sucessor. (Souza et al, 2016, p.207) destacam que "Considerando a função $f: R \longrightarrow R$ e $x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n \ldots$ elementos de uma PA de razãor, $f$será uma função afim, definida por $f(x) = ax + b$, se, e somente se, $f(x_1), f(x_2), f(x_3), f(x_4), \ldots, f(x_n), \ldots$ for uma PA de razão r" Souza e Garcia (2016).

Como exemplo, pode-se citar os números naturais (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), cuja razão é igual a 1, ou os números pares (0, 2, 4, 6, 8, 10), cuja razão é igual a dois.

Pode-se considerar, sem a necessidade de demonstrações a seguinte equação para o termo geral de uma PA como sendo $a_n = a_1 + (n - 1)r$, onde:

- $a_n \rightarrow$ é o último termo da PA (podendo ser transformado em $f(x)$ para ser representado no gráfico da função a ser trabalhada no GeoGebra).
- $a_1 \rightarrow$ é o primeiro termo da PA e para efeito de análise do gráfico, ele será um valor conhecido ou determinado.
- $r \rightarrow$ conforme mencionado anteriormente é a constante que será adicionada a cada termo da PA, portanto o seu valor também será conhecido previamente.
- $n \rightarrow$ representa o número de termos que terá a PA (no caso do GeoGebra, o n representa o número de pontos que tem-se de representar no gráfico de $f(x)$).

5.3 Progressão Geométrica (PG)

Semelhante a definição anterior, a progressão geométrica é uma sequência determinada de forma que, para encontrar o seu segundo termo, deve-se multiplicar o termo anterior por uma constante q, que é chamada de razão dessa progressão. Assim, a partir do segundo termo em diante, é possível encontrar os termos sucessores da progressão. Segundo (Souza et al, 2016, p.221) "dados a função do tipo exponencial $f: R \longrightarrow R$ definida por $f(x) = b.a^x$ e $(x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n \ldots)$ elementos de uma PA, a sequência ($f(x_1)$, $f(x_2)$, $f(x_3)$, $f(x_4)$, ..., $f(x_n)$, ...) é uma progressão geométrica (PG) de razão a^r."

Como exemplo, apresenta-se a sequência (1, 3, 9, 27, 81), onde a razão é 3 e o primeiro termo é 1, e a sequência (2, 10, 50, 250), onde o primeiro termo é 2 e a razão é 5. Analogamente ao raciocínio do termo geral da PA, pode-se definir o termo geral da PG como sendo $a_n = a_1 . q^{(n-1)}$, onde:

- $a_n \rightarrow$ é o último termo da PG, o qual assumirá o valor de $f(x)$ ao ser representado no *software* Geogebra. Levando – se em conta que por ser um termo geral, ele dependerá do número de termos da progressão em ambos os casos.

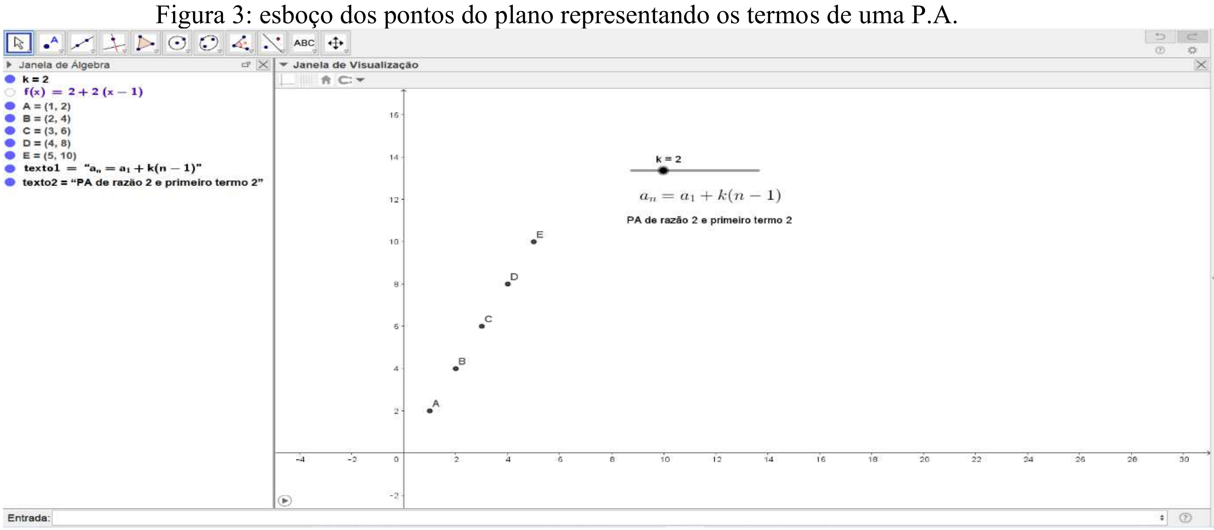
  $a_1 \rightarrow$ é o primeiro termo da progressão.

  $q \rightarrow$ é a razão da PG.

  $n \rightarrow$ é o número de termos da PG, que assim como na PA, será a variável a ser considerada para a análise no *software*.

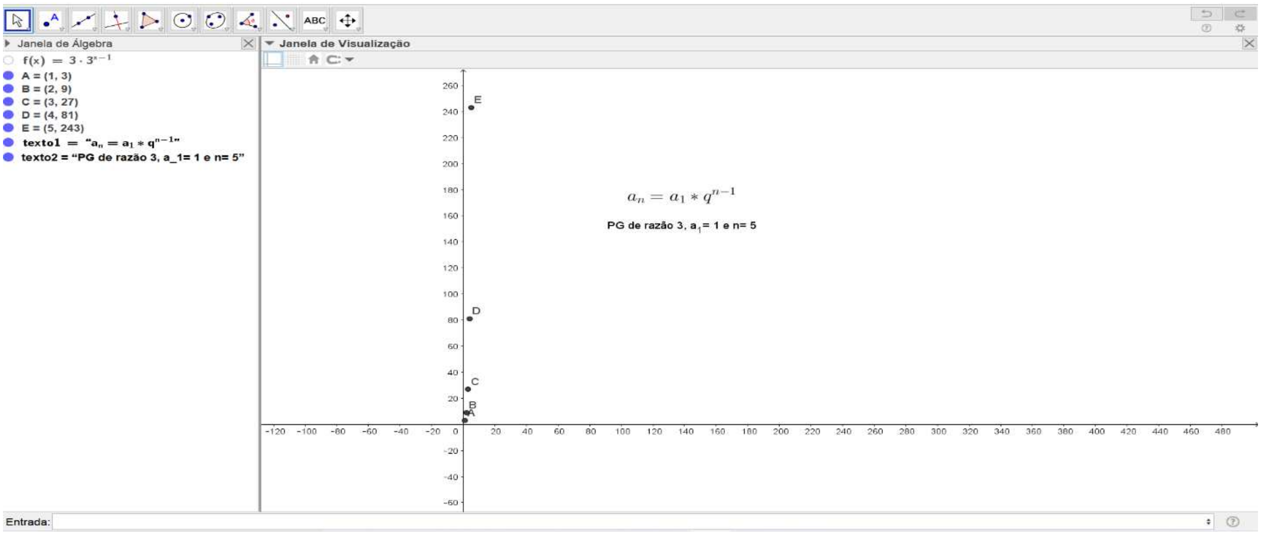
Para uma análise desse estudo relativo aos gráficos das referidas funções no GeoGebra, faz-se necessário a devida transposição didática Chevallard (2013), posto que os gráficos em questão apresentam apenas pontos dispostos no plano cartesiano, conforme exemplos abaixo para uma PA e uma PG dadas quaisquer.

Figura 3: esboço dos pontos do plano representando os termos de uma P.A.



Fonte: criação do próprio autor no *software* GeoGebra (gráfico de uma função com os pontos representando os termos de uma PA de termo geral: $a_n = 2 + 2(n-1)$.

Figura 4: esboço dos pontos do plano representando os termos de uma P.G.



Fonte: o próprio autor no *software* GeoGebra

6. CONCEPÇÃO E ANÁLISES A PRIORI DE UM PROBLEMA OLÍMPICO

Para a implementação dessa pesquisa fez-se necessário inicialmente, realizar uma Situação Didática Olímpica (SDO) na perspectiva de (Lima et al. 2020). Os atores envolvidos nesses processos de ensino e aprendizagem, a saber, foram seis professores do ensino médio, que conhecem o conteúdo das sequências e que já trabalham em suas aulas cotidianamente com o *software* GeoGebra, além de dois professores dos anos iniciais do ensino fundamental, a fim de observarem os aspectos didáticos da SDO.

Planejou-se a Situação Didática, usando a resolução de um Problema Olímpico extraído da OBMEP (2010), resolvido e discutido com a utilização do uso do *software* GeoGebra, para a interpretação geométrica dos gráficos gerados pelos termos obtidos com a solução.

Desse modo, no momento da experimentação, espera-se que os professores contribuam com a resolução do problema Olímpico, comentem sobre as disposições dos pontos da PA e da PG como sendo pertencentes a uma reta e a uma curva respectivamente e que levantem as possibilidades de interpretação desses gráficos.

Almeja-se ainda que os professores possam perceber a importância do uso do referido *software* para a análise e compreensão geométrica da PA e da PG e para a promoção de uma maior interatividade professor-conteúdo-aluno num contexto de sala de aula do nível médio.

7. EXPERIMENTAÇÃO DA SITUAÇÃO DIDÁTICA

A situação didática foi aplicada online, por meio de uma plataforma de webconferência, no mês de novembro de 2020, com um grupo de oito sujeitos, citados anteriormente

A fase da experimentação foi gravada, com as devidas autorizações, e usou-se também um questionário online (quadro 1) como instrumentos para coleta de dados, a fim de obter informações sobre o conhecimento e utilização do GeoGebra pelos sujeitos da pesquisa, bem como o seu conhecimento sobre as representações geométricas da PA e da PG. De acordo com Gil (1999, p. 129), "as respostas a essas questões é que proporcionarão os dados requeridos para testar as hipóteses ou esclarecer o problema da pesquisa".

Quadro 1 - Perguntas do questionário

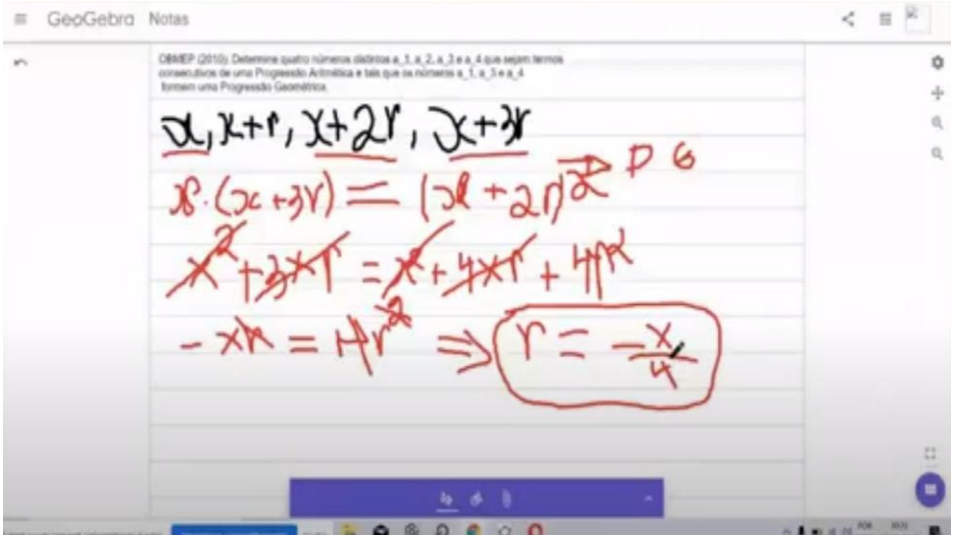
01	Qual é a sua formação inicial?
02	Há quanto tempo você atua em sala de aula?
03	É professor da rede pública ou privada?
04	Qual é a sua área de atuação profissional?
05	Você já trabalhou com o uso de tecnologias digitais em suas aulas presenciais ou remotas?
06	Você usa o computador como ferramenta pedagógica em suas aulas presenciais ou remotas?
07	Considerando o contexto de aulas antes da pandemia do Covid - 19, você costumava utilizar as tecnologias digitais em suas aulas?
08	Já utilizou o *software* GeoGebra em sua sala de aula para trabalhar a matemática?

Fonte: Própria

O problema olímpico trabalhado foi retirado do caderno de questões da OBMEP (2010) e descreve o seguinte enunciado: determine quatro números distintos $(a_1, a_2, a_3 \; e \; a_4)$ que sejam termos consecutivos de uma Progressão Aritmética e tais que os números $(a_1, a_2 \; e \; a_3)$ formem uma Progressão Geométrica.

Para a resolução do problema apresentado foi utilizado como suporte pedagógico o GeoGebra online, na aba notas, onde o *software* disponibiliza uma plataforma de escrita à mão livre, utilizando o *mouse* do computador como caneta e nas configurações é possível colocar linhas como em uma folha de papel facilitando assim a organização. Conforme figura abaixo apresentada.

Figura 5: aba notas do Geogebra utilizada para a resolução do problema olímpico, com a utilização do mouse para escrever.



Fonte: o Autor, diretamente no GeoGebra on-line

Para uma PA de quatro termos tem-se $(x, x+r, x+2r, x+3r)$, com r sendo a razão. Logo para a PG a sequência é: $(x, x+2r, x+3r)$. Assim sendo e considerando a propriedade relativa à própria definição da razão em PG tem-se que: $\frac{x+2r}{x} = \frac{x+3r}{x+2r}$, assim segue que $(x+2r)^2 = x.(x+3r)$, ou seja, conforme resolução apresentada na figura 5 acima, $r = \frac{-x}{4}$. O que leva a interpretação de que existem infinitas soluções para o problema apresentado, desde que sejam considerados valores para x de tal forma que $x \neq 0$, caso contrário ter-se-ia sempre uma PG constante. Por exemplo, para $x = 4$ tem-se que a razão da PA será $r = -1$ e assim tem-se uma PA decrescente com seus quatro termos sendo (4,3,2,1) e consequentemente uma PG de termos (4,2,1) de razão $q = \frac{1}{2}$.

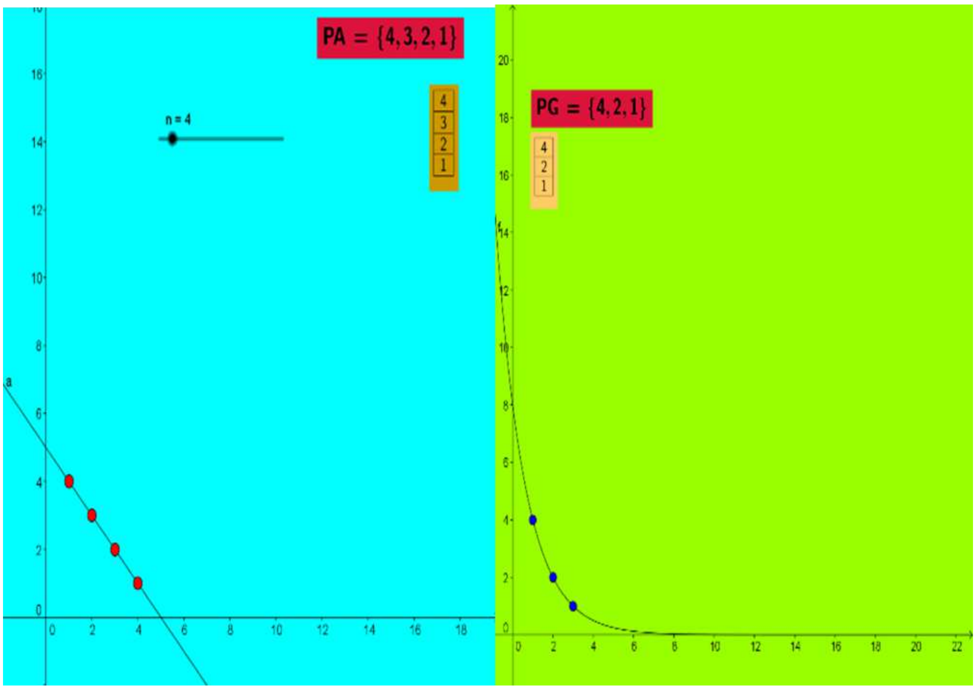
Até esse ponto não existe nenhuma diferença entre os métodos tradicionais de resolução do problema apresentado e o que se acaba de resolver, a diferença está no entendimento da questão pelos alunos, posto que a solução da forma como está apresentada propõe a existência de infinitas soluções, mas ao passo que visualmente consegue-se perceber uma solução, até que ponto o aluno pode extrapolar esse entendimento sem uma visão mais ampla do problema e da solução? Além disso foi possível a utilização do recurso do “GeoGebra Notas” para realizar o cálculo da razão, o que foi considerado importante pois a situação está posta num contexto online de apresentação.

Pensando nessa indagação, propõe-se analisar o problema em questão à luz do GeoGebra, fazendo uma transposição didática dos conteúdos para um estudo relativo ao comportamento da sequência à medida que, seja alterado o valor de x, e consequentemente o valor de r. O resultado desta interpretação pode ser observado na figura a seguir:

Foi adotado como variável para o controle deslizante a letra n, (que assumiu o valor da variável x apresentada na resolução do problema, apenas para não gerar conflito de variáveis dentro do *software* quando forem apresentadas as leis de formação das funções dos gráficos que passarão nos pontos das sequências), cuja variação a título de estudo e melhor compreensão foi estipulado entre 1 a 30, porém essa variação está assim limitada apenas para exemplificar as possibilidades de várias soluções, conforme o entendimento anterior, podendo ser ampliado o seu limite até onde se queira, ou até que os alunos entendam que a sua limitação somente está posta devido à própria limitação de visualização dos pontos no gráfico.

Nesse momento houve uma intervenção dos professores em relação à escolha desta letra “n” para representar os valores de “x” e não o próprio x, porém foi explicado de acordo com o motivo citado acima.

Figuras 6 : projeção dos pontos representados pelos termos das progressões Aritmética e Geométrica respectivamente nos gráficos das funções correspondentes, de acordo com o controle deslizante n= 4.

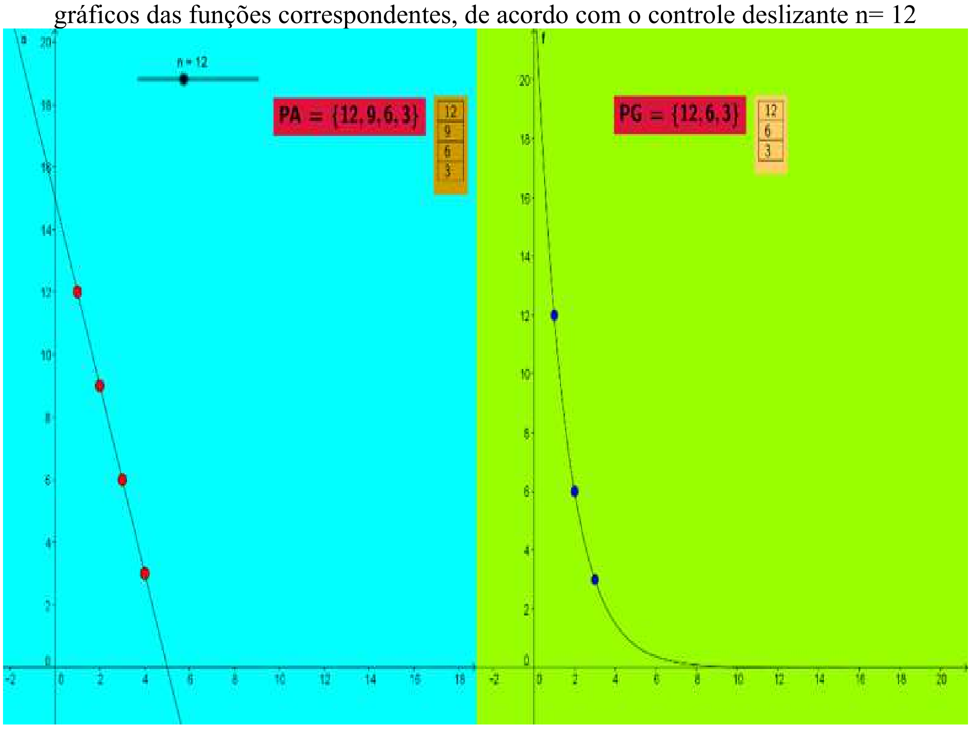


Fonte: o próprio autor no GeoGebra.

No processo de construção das situações didáticas no GeoGebra, foi preciso criar um controle deslizante para controlar as variações das possíveis soluções para cada valor de r. Assim observou-se que os pontos referentes a PA estão dispostos em uma reta decrescente cuja equação da função correspondente para o valor de $n = 4$ é $f(x) = -x + 5$ e, os pontos da PG estão dispostos segundo a equação exponencial para o mesmo valor de n como sendo a função $g(x) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^{(x-1)}$.

À medida que se altera o valor de n no controle deslizante, as funções também são alteradas e a partir daí pode-se observar como os gráficos se comportam em relação aos pontos pertencentes a PA e a PG. Conforme verifica-se nas seguintes figuras com o valor de n alterado para $n = 12$ por exemplo.

Figura 7: projeção dos pontos representados pelos termos das progressões Aritmética e Geométrica respectivamente nos gráficos das funções correspondentes, de acordo com o controle deslizante n= 12



Fonte: o próprio autor no GeoGebra.

Após a mudança no controle deslizante, as funções sofreram alterações ficando assim definidas como $f(x) = -3x + 15$, para os termos em PA e $g(x) = 12\left(\frac{1}{2}\right)^{(x-1)}$, para os termos em PG.

Após a apresentação, solução do problema e construção dos gráficos no GeoGebra, os professores se manifestaram com observações sobre os procedimentos didáticos utilizados durante a situação, assim como também o conteúdo matemático envolvido.

Ao término da experimentação, houve uma discussão acerca das possibilidades da aplicação dessa situação em sala de aula e cada professor usou dos seus conhecimentos prévios para dar sugestões sobre a mesma.

Além de possibilitar ao aluno interagir com o assunto estudado o *software* oportuniza uma nova experiência relativa à dinâmica dos movimentos proporcionados através do controle deslizante, trazendo uma nova perspectiva para o entendimento da questão e, em simultâneo, permitindo que estes levantem novos questionamentos que elevam o aprendizado inicialmente limitado à solução inicial apresentada e vista apenas no papel.

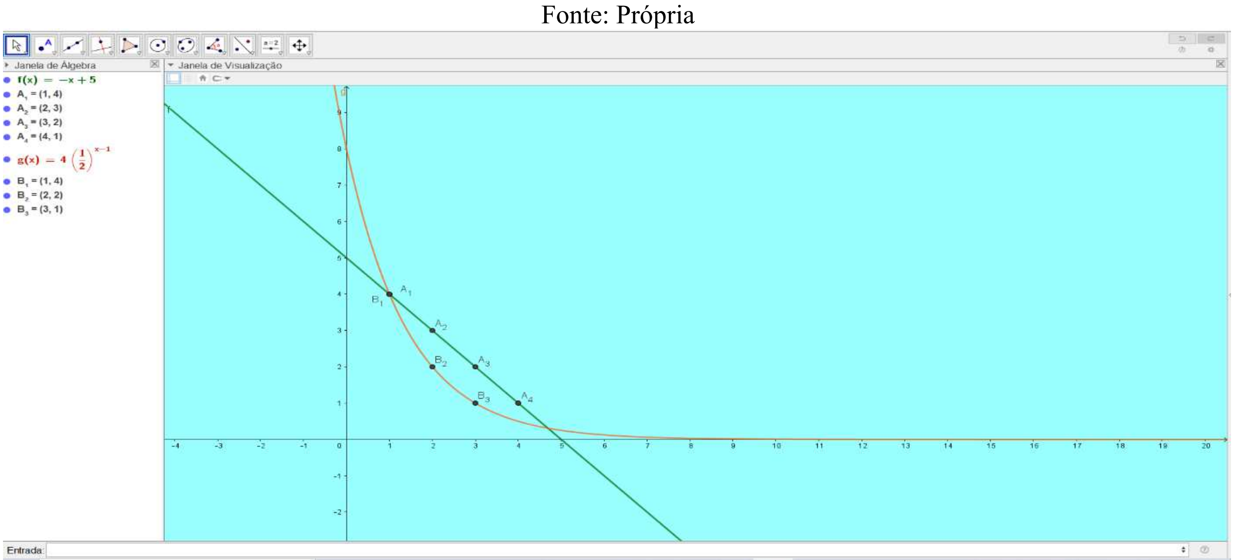
8. ANÁLISE À POSTERIORI

Destaca-se após a análise da gravação, algumas falas e intervenções dos sujeitos da pesquisa referentes à situação didática vivenciada. Identifica-se os sujeitos por P1 a P3 a fim de preservar as suas identidades. Sendo P1 e P2 professores de matemática do ensino médio e P3 professor pedagogo.

De acordo com P1: “Eu gostei muito do que você apresentou no final, com a construção feita diretamente com a equação da reta e com a equação exponencial”. Aqui a professora P1 estava se referindo à troca de variáveis no controle deslizante e sobre como isso poderia ser um problema de entendimento para o aluno. De acordo com (Andrade et al, 2019, p. 763) “na prática em suas atividades escolares, como também ao estudar o livro texto, geralmente eles são levados a construírem gráficos e a manipularem algebricamente equações”. Isso sugere que ao utilizar as equações para gerar os gráficos das sequências o aluno terá um melhor entendimento pois tem maior afinidade com a representação algébrica.

O professor P1 ainda diz que: “a minha sugestão seria, que no final naquela mesma janela, você faria também o gráfico da função exponencial, só para eles (alunos) verem que elas estão na mesma função”. Essa fala traduz uma preocupação com a visualização dos gráficos de modo a facilitar o entendimento por parte do aluno que muitas vezes não tem uma apropriação do conteúdo. Uma visualização mais clara das funções favorece a compreensão conforme esclarece (Andrade et al, 2019, p. 765) “Para uma aprendizagem eficiente das funções quadráticas é importante que os alunos possuam uma boa base não apenas sobre compreensão do conceito de função, mas também no campo da aritmética, e principalmente na área da álgebra.”. A seguir encontra-se a figura 8 conforme sugestão do professor P1.

Figura 8: Tela com os gráficos das funções relativas às sequências PA e PG.
Fonte: Própria



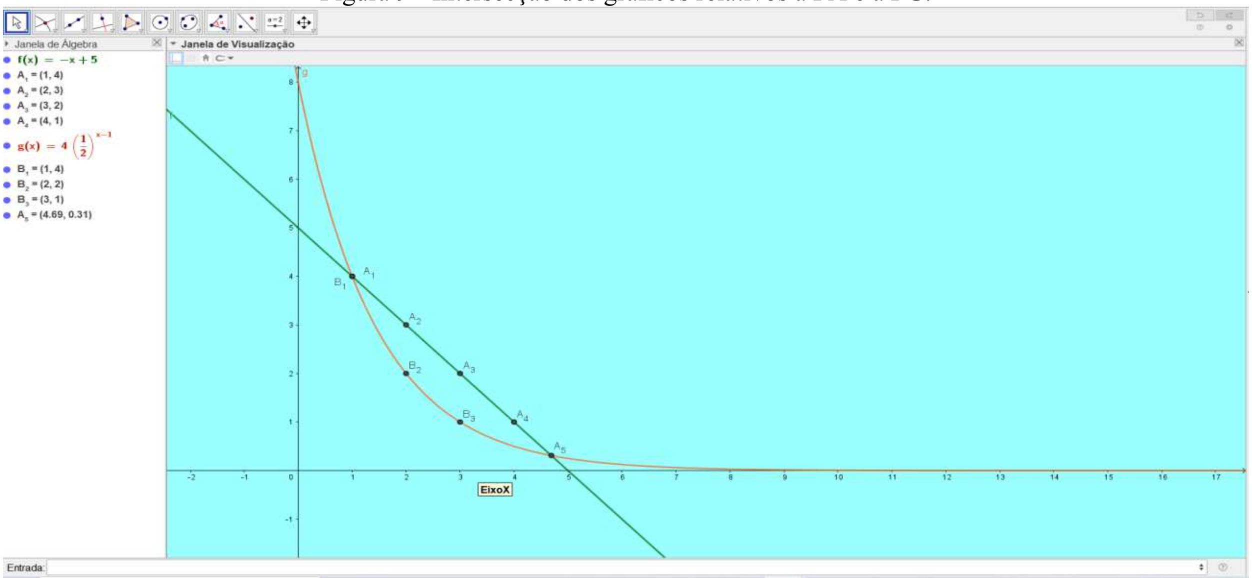
O professor P2, relatou que: “Essa ideia de fazer a relação da representação algébrica e gráfica na PA e na PG, isso é fabuloso”, ainda foi dito que a proposta da representação gráfica deve ser fiel matematicamente para explicar que os termos da PA estão dispostos sobre a reta de f(x) e que os pontos da PG estão dispostos sobre a curva de g(x). Os estudos de Andrade, Santos e Brandão (2020, p. 3) “o aprendizado das relações estabelecidas entre as representações algébricas e gráficas em uma função se mostra um desafio para os estudantes, principalmente pelo seu alto nível de abstração.”.

O professor P3, sendo pedagogo, levantou o seguinte questionamento: “a análise que estou fazendo dessa aula é em relação à didática, então eu pergunto em que momento o aluno participa ativamente?” Tal discurso revelou uma preocupação relativa à parte pedagógica, quanto à aprendizagem numa possível situação didática aplicada aos estudantes. Vê-se nos estudos de Alves (2020, p. 321) a resposta para essa pergunta quando afirma que os estudantes trabalham em “uma construção coletiva e em grupo do conhecimento matemático mobilizado por intermédio de interações diretas com Problemas Olímpicos (POs) extraídos de certames oficiais, como no caso da (OBMEP).”, sugerindo uma aprendizagem ativa.

Ao analisar os gráficos, notou-se claramente e visualmente que quanto aos elementos da PA os mesmos pertenciam a uma reta decrescente, e quanto aos elementos da PG, pertenciam a uma curva exponencial também decrescente. Notou-se também que embora o problema tenha infinitas soluções, conforme explicações anteriores, é possível verificar através da visualização dos gráficos sobrepostos na janela de visualização do GeoGebra, que eles se encontram em dois pontos.

Essa observação, revelou uma informação extra que normalmente não seria visível apenas com a resolução trivial, realizada no caderno algebricamente, pois mostra que além dos três pontos da PA que também são pontos da PG (A_1, A_3, A_4), existe outro ponto que pertence tanto à reta da PA quanto à reta da PG, o qual denomina-se de ponto A_5, conforme figura 9 abaixo.

Figura 9 - Intersecção dos gráficos relativos à PA e à PG.



Fonte: Própria

É importante salientar que embora os gráficos se cruzem no ponto A_5, não significa que ele pertença a alguma das sequências, pois para isso ele teria que satisfazer a condição do termo geral, o que não é o caso aqui.

A partir da análise das respostas do questionário, evidenciou-se que, dos professores pesquisados, apenas um não se encontrava trabalhando efetivamente em sala de aula no momento, e os demais, em escolas públicas, com 85,7% atuantes exclusivamente no ensino médio, com um tempo médio de experiência de cerca de treze anos.

Embora 100% dos professores pesquisados tenham respondido que usam tecnologias em suas aulas remotas ou presenciais, apenas 87,5% deles admitiram que recorrem ao computador como ferramenta pedagógica e 28,6% relataram que esse uso é esporádico, mesmo que 85,7% tenham conhecimento, ainda que superficial do *software* GeoGebra.

Dentre os que já fizeram o uso do programa para auxiliar em suas aulas, a maioria disse já ter utilizado nas aulas de geometria, sobretudo nas construções geométricas e trigonométricas, o *software* é muito utilizado devido à facilidade de manipulação de suas ferramentas. No entanto, alguns professores já fizeram o seu uso para o estudo de funções e para estudar os seus gráficos bem como na geometria analítica, conforme diz um dos pesquisados que em suas aulas busca a sua utilização “associado a metodologias de ensino que colocam o aluno no papel ativo no processo de ensino-aprendizagem.” conforme exposto no trabalho de (Andrade et al, 2019).

9. CONSIDERAÇÕES

Apresenta-se nessa pesquisa uma situação didática olímpica, e utiliza-se o *software* GeoGebra na interpretação geométrica de progressões, a qual foi resolvida e discutida, à luz dos seus gráficos. Durante o estudo foi possível observar que a utilização do GeoGebra foi fundamental para o entendimento da solução do problema que previa existirem infinitas soluções.

Mediante a utilização do *software*, foi possível a visualização simultânea dos gráficos referentes às progressões aritmética e geométrica. Conforme ilustrado na figura 6 bem como na figura 7 respectivamente, à medida que eram mudados os controles deslizantes que representavam as diferentes soluções discutidas para a questão.

Didaticamente, inferiu-se que o *software* oferece subsídios para a utilização de ferramentas capazes de facilitar o entendimento do problema, bem como para a resolução manual de expressões conforme exposto na figura 5. Respondendo assim de forma satisfatória ao objetivo principal desta pesquisa.

Durante a experimentação, foi possível identificar, com a ajuda dos professores participantes, aspectos didáticos relevantes à prática docente na forma de apresentação do conteúdo com a utilização do *software*, o que nos possibilitou discutir formas de melhorarmos nossa postura diante de uma aula sobre o assunto em questão.

Conclui-se neste estudo a importância de fomentar uma discussão sobre a utilização de ferramentas tecnológicas digitais, como o *software* GeoGebra, nos processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos de matemática mais significativos. Como foi verificado neste trabalho a sua importância para o estudo de progressões, enseja-se entre outras questões pertinentes, se seria conveniente verificar se o seu uso poderia facilitar a aprendizagem de progressões de segunda ordem? Ou para o estudo de números triangulares por exemplo? Em pesquisas futuras espera-se que esses conteúdos não sejam abordados com o mesmo viés dos livros didáticos, mas que possibilitem a ampliação de sua utilização nas práticas docentes com a interpolação aritmética e geométrica por meio do GeoGebra.

Esse estudo também possibilitou uma investigação com a mesma experimentação, direcionada aos estudantes de nível médio em uma situação real de ensino, sendo aplicada a Engenharia Didática de primeira geração como metodologia, haja vista que é realizada com o público discente. Ademais em estudos semelhantes propôs-se o uso do *software* GeoGebra para o auxílio em resoluções de problemas olímpicos que possam ser resolvidos e analisados à luz da ED.

Com o intuito de se possibilitar o ensino de matemática e principalmente o ensino de progressões, mais significativos, espera-se que esse estudo possa contribuir para fomentar e ampliar as pesquisas sobre essa temática.

10. REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S.; COUTINHO, C. Q. S. (2008). Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. *Revemat.* v. 3. n. 6, p. 62-77, UFSC.

ALMOULOUD, S.; SILVA, M. J. F. (2012) Engenharia didática: evolução e diversidade. *Revemat*. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22-52.

ALVES, F. R. V. (2020). Didactique Professionnelle (didaprof): Repercussão para a Pesquisa em torno da atividade do professor de Matemática. *Paradigma*, 451-509.

ALVES, F. R. V. (2020) Situações Didáticas Olímpicas (SDOs): Ensino de Olimpíadas de Matemática com Arrimo no *software* GeoGebra como Recurso na Visualização. ALEXANDRIA: Florianópolis, v. 13, n. 1 p. 319-349.

ALVES, F. R. V; BORGES NETO, H. (2012). Interpretação Geométrica de Definições e Teoremas: O Caso da Análise Real. *Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra***.** ISSN: 2301-0185.Uruguay, p. 307-314.

ALVES, J. E. D. (2014). População, desenvolvimento e sustentabilidade: perspectivas para a CIPD pós-2014. *R. bras. Est. Pop., Rio de Janeiro*, v. 31, n.1, p. 219-230, jan./jun.

ALVES, F. R. V; BORGES NETO, H.; BARRETO, M. C. (2011). Uma Aplicação da Sequência Fedathi no Ensino de Progressões Geométricas e a Formação do Professor no IFCE. *Conex. Ci. e Tecnol.* Fortaleza/CE, v. 5, n. 1, p. 9-24.

ANDRADE, W. M. (2017). *Um estudo sobre a aprendizagem das funções quadráticas com a mediação do software GeoGebra*. Dissertação. 170 f. : il. Color. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/28833 Acesso em: 10 de jan. 2021

ANDRADE, W. M.; BRANDÃO, J. C. (2018) Contribuições do *software* GeoGebra no estudo das funções quadráticas. *Brazilian Applied Science Review*, Curitiba, v.3, n.1, p. 759-776.

ANDRADE, W. M.; SANTOS, M. J. C. BRANDÃO, J. C. (2020) Um estudo sobre a variação dos coeficientes de uma função quadrática no ambiente do *software* GeoGebra. *Research, Society and Development,* v. 9, n. 7, e58973742.

ARTIGUE, M. (1995). Ingenieria Didática. In: ARTIGUE, M et al (Org.). *Ingeniéria didatica en Educacion Matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas***.** Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericano, p. 33-61.

BRASIL (2018). Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular.

BROUSSEAU, G. (1998) *Théorie des situations didactiques* (pp. 115-160). Grenoble La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD, Y. (2013) Sobre a teoria da transposição didática: algumas considerações introdutórias. *Revista de Educação, Ciências e Matemática* v.3 n.2 mai/ago

DESCARTES, R. (2017). *Discurso do Método.* São Paulo: Lafonte.

FONSECA, A. G.; VILELA, D. S.; (2014) Livros Didáticos e Apostilas: o currículo de matemática e a dualidade do ensino médio. *Bolema, Rio Claro* (SP), v. 28, n. 49, p. 557-579, abr. 2014.

Gil, A. C. (1999). *Métodos e Técnicas da Pesquisa Social.* 5.ed. São Paulo: Atlas.

LIMA, L. M. O.; AZEVEDO, I. F.; ALVES, F. R. V. (2020) Situações Didáticas Olímpicas: Uma Proposta de Ensino Amparda Com o GeoGebra, *Trilhas Pedagógicas,* v. 10, n. 12, Ago. p. 342-361.

OBMEP, (2010) Banco de Questões. Livro impresso.

OLIVEIRA, C. C. N. (2016) *Olimpíadas de matemática: concepção e descrição de "Situações Olímpicas" Com o recurso do Software GeoGebra.* Dissertação. 136f. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/21033> Acesso em: 10 de jan. 2021.

OLIVEIRA; R. R de; ANDRADE, M. H; ALVES, F. R. V. (2019). Engenharia didática de primeira geração no Ensino Superior: generalização e extensão da sequência de Fibonacci. Research, *Society and Development*, v. 9, n.1, e165911767.

PAIVA, M. (2013) *Matemática Paiva*. 2ª ed. São Paulo: Moderna.

PITZER, L. C. FÁVERO, J. D. (2017). A História do Papiro de Rhind**.** *Revista Maiêutica***,** Indaial, v. 5, n. 1, p. 79-86.

PRODANOV, C.C. FREITAS, E.C. (2013) *Metodologia do Trabalho Cientíico* (Recurso eletrônico): Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico. 2.ed. Novo Hamburgo: Feevale.

SANTOS, A. A. & ALVES, F.R.V. (2017) A Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas como Percurso Metodológico ao estudo e Ensino de Matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática* v. 19, n. 3 p. 447-465.

SANTOS, M. J. C. (2018) O currículo de Matemática dos anos iniciais do ensino fundamental na base nacional comum curricular (BNCC): os subalternos falam? *Horizontes,* v.36, n.1, p. 132-143.

SMOLE, K. S. DINIZ, M.I. (2005). *Matemática Ensino Médio***.** Volume 1. 1ª série. 5. ed. São Paulo: Saraiva.

SOUZA, J. R. (2013). *Novo Olhar Matemática*. 2. ed. São Paulo: FTD.

SOUZA, J. R. GARCIA, J. S. R. (2016) *#Contato matemática, 1.º ano***.** 1.ed. São Paulo: FTD - Coleção #contato matemática.

Arnaldo Dias Ferreira

Graduado em Licenciatura plena em Matemática pela Universidade Federal do Ceará, Especialista em Ensino de Matemática pela Faculdade Ateneu, Professor de Matemática da Rede Estadual de Ensino do Ceará desde o ano de 2000. Participa do Grupo de estudos G-Tercoa desde junho de 2019. Grupo vinculado ao eixo de matemática da linha de Educação, Currículo e Ensino da UFC. Interesse em desenvolver pesquisas na área do ensino de matemática. Mestrando do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Ciências e Tecnologias do Ceará - IFCE, Campus Fortaleza - CE