

Tesis de Licenciatura en Educación Matemática. Facultad de Ciencias Exactas, UNICEN.  
Argentina.

## Modelo Praxeológico de Referencia en torno al modelado de la realidad cuando interviene el azar

**Autora:** Verónica San Román

**Directora:** Dra. Diana Patricia Salgado (UNS Argentina)

### Jurado

Dra. Verónica Parra (UNICEN-CONICET Argentina)

Dra. Ana Rosa Corica (UNICEN-CONICET Argentina)

Dra. Diana Patricia Salgado (UNS Argentina)

**Fecha de defensa:** 26 de agosto de 2021

### RESUMEN

En este trabajo de tesis se presenta el diseño de un Modelo Praxeológico de Referencia (MPR) (Chevallard, 2005, 2013) en torno al modelado de la realidad cuando interviene el azar. El estudio se desarrolla en correspondencia con la materia Estocástica, correspondiente al tercer año del plan de estudio del Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional del Sur en Bahía Blanca. Para el desarrollo del mismo se adoptó como referencial teórico a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999; Otero et al, 2013), tomando en cuenta las nociones relacionadas con la construcción del Modelo Praxeológico de Referencia, el Paradigma de la Investigación y Cuestionamiento del Mundo (PICM) y el fenómeno didáctico, que la TAD ha descrito metafóricamente, como la *monumentalización del saber o visita de obra*.

Esta investigación tiene como propósito fundamental contribuir en el progreso de una propuesta didáctica que incorpore gestos propios de la PICM en el nivel universitario, impulsada por la TAD, permitiendo así articular y dar sentido al estudio de la Teoría de la Probabilidad en la formación de grado de los futuros profesores de matemática. La misma está enfocada en cuestionar la formación de los futuros profesores de matemática que llevarán adelante las propuestas didáctico-pedagógicas, y de introducir cambios, sobre todo en la forma de hacer matemática, que permita desplazarnos del paradigma de la visita de obras al del Paradigma de la Investigación y Cuestionamiento del Mundo (PICM). Este nuevo paradigma posibilitará recuperar las razones de ser de los saberes que se estudian en las instituciones académicas, puesto que el estudio se organiza a partir de la formulación de una pregunta inicial  $Q_0$  y la correspondiente elaboración de respuestas provisorias. Esto cobra importancia en el estudio de la probabilidad como

una rama viva de la matemática, donde el avance en la construcción de su teoría, a través de las preguntas, amplía los campos de interés y sus interconexiones con otras ramas de la matemática.

Los objetivos generales de esta tesis son:

- Analizar la posibilidad de una enseñanza que incorpore gestos propios de la pedagogía de la investigación y del cuestionamiento del mundo en el nivel universitario, en particular, una enseñanza a partir de preguntas.
- Considerar los desarrollos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) relacionados con la noción de praxeología, modelización y el Modelo Praxeológico de Referencia (MPR) en virtud de enfrentar el fenómeno de la monumentalización del saber a través de algún dispositivo didáctico adecuado.

Específicamente la tesis se propone:

- Analizar la potencialidad del estudio de  $Q_0$  y describir las praxeologías que permitirían recorrer su estudio.
- Describir las características esenciales de un Modelo Praxeológico de Referencia entorno al estudio de la probabilidad.
- Construir un Modelo Praxeológico de Referencia (MPR) relativo al estudio de la probabilidad en una cátedra perteneciente a futuros profesores en Matemática.

La institución de referencia donde se encuentra enmarcado el MPR es la Universidad Nacional del Sur (UNS), que es una universidad pública, con organización departamental y se encuentra ubicada en la ciudad de Bahía Blanca, provincia de Buenos Aires. Los cursos se desarrollan en forma cuatrimestral, de marzo a junio y de agosto a noviembre. En particular, los cursos de matemática poseen la modalidad teoría-práctica en la cual el profesor dicta la clase teórica y uno o más asistentes son los encargados en el momento de la práctica. Esta institución se caracteriza

por una visión monumentalista de la enseñanza de la matemática.

El curso que se plantea como ámbito de desarrollo del MPR, y posible escenario de la implementación de un dispositivo didáctico, corresponde a la cátedra Estocástica que forma parte del tercer año en el plan de estudio del Profesorado en Matemática y cuyo dictado corresponde al Departamento de Matemática. El espacio curricular de esta materia se compone de tres ejes fundamentales: Teoría de la Probabilidad, Modelos probabilísticos uni y multi dimensionales y Estadística descriptiva e inferencial.

Tomando en cuenta que la TAD establece que la actividad matemática es una actividad humana institucionalizada, el MPR y la pregunta generatriz que se desea responder, se elabora en relación a una institución determinada a fin de establecer los medios disponibles con los que se cuenta para la elaboración de las respuestas a las preguntas planteadas (Serrano, 2013).

En este trabajo de tesis se describen las características esenciales de un MPR que considera los posibles recorridos que se pueden generar a partir de la pregunta  $Q_0$ : *¿Cómo modelar la realidad cuando interviene el azar?*

El análisis de la pregunta generatriz inicia el estudio e investigación de parte del programa anteriormente detallado. La pregunta se centra en el modelado de la realidad cuando interviene el azar, puntapié inicial de donde se desprenden los principios de la probabilidad. Se trata de una hipótesis científica creativa, estrechamente relacionada con lo que implica enseñar y aprender probabilidad en una institución de nivel superior. La cual es plausible de ser contrastada experimentalmente y por lo tanto susceptible de ser modificada. La descripción de un MPR suele hacerse mediante una red de preguntas y respuestas, las que tienen estructura praxeológica (Fonseca, Gascón & Olivera, 2014).

El MPR elaborado en torno a una organización matemática (OM) referida a la teoría de la probabilidad, se vincula con 16 organizaciones matemáticas necesarias para dar respuesta a la pregunta generatriz  $Q_0$ : *¿Cómo modelar la realidad cuando interviene el azar?*

En el análisis de la pregunta generatriz  $Q_0$  y ante la búsqueda de respuestas a ella, surgen nuevas preguntas como, por ejemplo: *¿Qué significa modelar la realidad?* y *¿Qué significa que intervenga el azar?*

Estas preguntas requieren recorrer diferentes OM, es decir, un conjunto de tareas, técnicas, definiciones, propiedades que permiten describir y justificar el trabajo realizado en la búsqueda de una respuesta apropiada. Es por ello que la pregunta generatriz formulada es considerada en sentido fuerte, pues se trata de una pregunta que debe ser estudiada, no pudiendo ser respondida inmediatamente.

Al ahondar en el estudio respecto a *¿Qué significa que intervenga el azar?* se desprende una pregunta clave: *¿Qué fenómeno está asociado con el azar?* De allí surgen cuestiones relacionadas con la aleatoriedad que conduce a nuevas preguntas tales como *¿Qué tipos de experimentos podemos encontrar?*, *¿Cuál es el conjunto, o subconjunto, de los resultados de un experimento aleatorio?*, de esta última pregunta se pueden derivar dos cuestiones distintas y complementarias a la vez: *¿Cómo modelar sucesivas repeticiones de un experimento aleatorio?* y *¿Cómo operar con estos subconjuntos?*

Luego, al introducirnos en cuestiones relacionadas con el azar y la cuantificación de la incertidumbre que éste

conlleva, se podría derivar en la pregunta *¿Cómo se puede medir la incertidumbre del azar o la aleatoriedad?* Al hablar de la medida de la incertidumbre surge la pregunta *¿Qué se entiende por probabilidad?* y podrían generarse otras, tales como: *¿Qué tipos de significado de la probabilidad podemos encontrar?* *¿Qué es la probabilidad subjetiva?*, *¿Qué es la probabilidad objetiva?* y *¿Cómo se puede calcular la probabilidad?*

En síntesis, la búsqueda de respuestas a la pregunta generatriz y sus derivadas conduce al estudio de diferentes organizaciones matemáticas en las que se vincula el estudio experimental, funcional y algebraico. Esta característica es de vital importancia porque evita lo que usualmente ocurre en la escuela secundaria, que es el estudio aislado de organizaciones matemáticas (Gascón, 2002).

En el proceso de estudio las preguntas antes mencionadas no necesariamente tienen el orden expuesto, pudiendo surgir en cualquier momento, o no, dependiendo del recorrido de estudio realizado por los estudiantes.

Así, la estructura del MPR se constituye en una red de praxeologías matemáticas cuya dinámica comporta ampliaciones y contribuciones progresivas, es decir a partir de  $Q_0$  se desarrolla una red de praxeologías cuyo estudio responde a ciertas preguntas y que a su vez generan otras nuevas. De lo anterior se desprende que las praxeologías se van ampliando generando posibles respuestas a nuevas cuestiones problemáticas relacionadas con la evolución de la teoría de la probabilidad.

Es importante subrayar que este MPR debe considerarse como una hipótesis provisional a contrastar experimentalmente y, por lo tanto, susceptible de ser modificado y revisado constantemente.

Entre las conclusiones arribadas en esta investigación se destaca que el MPR desarrollado permite:

- relacionar la teoría de la probabilidad y el modelado de la realidad cuando interviene el azar. Este modelo sirve de herramienta para delimitar y analizar los posibles caminos que surgen del análisis de  $Q_0$  donde se estudian y articulan organizaciones matemáticas relacionadas tanto con los modelos matemáticos como con los distintos significados de la probabilidad que forman parte de los fundamentos de la Teoría de la Probabilidad.

- construir las organizaciones matemáticas que incluyen el tratamiento de experimentos aleatorios y deterministas, los significados de la probabilidad: subjetivo y objetivo (empírico, clásico o axiomático) junto con un primer acercamiento a los modelos probabilísticos. El ingreso o reingreso a éstas permite el abordaje de la materia de forma transversal superando así el tratamiento de las mismas como compartimentos estancos.

- reflejar el potencial que tiene  $Q_0$  pues es generadora de múltiples preguntas y la búsqueda de sus respuestas posibilita recorrer parte del programa de estudio propuesto por la institución de referencia.

## REFERENCIAS

Chevallard, Y. (1999) El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 221-266.

Chevallard, Y. (2005). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. <http://yves.chevallard.free.fr>

- Chevallard, Y. (2013). *Analyses praxéologiques: esquisse d'un exemple*. IUFM Toulouse, Francia.  
<http://yves.chevallard.free.fr>
- Corica, A. R., Otero, M.R. (2012). Estudio sobre las Praxeologías que se Proponen Estudiar en un Curso Universitario de Cálculo. *Bolema Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro, (26), 459-482.  
[https://www.researchgate.net/publication/229423279\\_Estudio\\_sobre\\_las\\_Praxeologias\\_que\\_se\\_Proponen\\_Estudiaren\\_un\\_Curso\\_Universitario\\_de\\_Calculo\\_Study\\_of\\_the\\_Praxeologies\\_Proposed\\_to\\_Study\\_in\\_a\\_University\\_Calculus\\_Course](https://www.researchgate.net/publication/229423279_Estudio_sobre_las_Praxeologias_que_se_Proponen_Estudiaren_un_Curso_Universitario_de_Calculo_Study_of_the_Praxeologies_Proposed_to_Study_in_a_University_Calculus_Course)
- Otero, M. R., Fanaro, M.A., Corica, A.R., Llanos, V.C., Sureda P. & Parra, V. (2013). *Teoría antropológica de lo Didáctico en el aula de matemática*. Tandil, Buenos Aires: Dunken.
- Serrano Martínez, L. (2013). *La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica*. Tesis Doctoral. Universitat Ramon Llull.  
[https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/101204/Tesis\\_LidiaSerrano\\_2013.pdf?sequence=1](https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/101204/Tesis_LidiaSerrano_2013.pdf?sequence=1)
- Fonseca, C., Gascón, J. & Oliveira, C. (2014). Desarrollo de un modelo epistemológico de referencia en torno a la modelización funcional. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(3), 289-318.  
Doi: <http://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1732>