REVISTA ELECTRÓNICA DE INVESTIGACIÓN
EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS
ISSN 1850-6666

Niveles de razonamiento estadístico de profesores de matemáticas sobre variabilidad

Jaime I. García-García[1], Nicolás A. Fernández Coronado[1], Elizabeth H. Arredondo[1], Danilo Díaz-Levicoy[2]

jaime.garcia@ulagos.cl , nicolasalonso.fernandez@alumnos.ulagos.cl , elizabeth.hernandez@ulagos.cl , dddiaz01@hotmail.com

[1]Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de Los Lagos, Av. Fuchslocher 1305, Osorno, Los Lagos, Chile.
[2]Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule, Av. San Miguel 3605, Talca, Región del Maule, Chile.

Resumen

En este artículo se analiza el nivel de razonamiento estadístico que muestran profesores de matemáticas sobre variabilidad al momento de resolver tareas de predicción inscritas en problemas binomiales, antes y después de desarrollar actividades de simulación computacional. El método de investigación corresponde a un estudio de casos, donde participaron siete profesores en servicio. Para la recolección de los datos se utilizaron dos cuestionarios que sirvieron como previo y posterior en cada fase del estudio. Las respuestas de los profesores fueron analizadas considerando cuatro niveles de razonamiento estadístico establecidos a partir de la taxonomía SOLO: preestructural, uniestructural, multiestructural y relacional. Las respuestas al cuestionario previo indican un predominio del nivel preestructural, al no cumplir con lo requerido de la tarea; después de las actividades de simulación, se evidenció un aumento en el nivel de razonamiento en las respuestas de los profesores, clasificándolas en multiestructural y relacional, es decir, consideraron la variabilidad en las tareas de predicción.
Palabras clave: Razonamiento estadístico, Profesores en servicio, Distribución binomial, Predicción, Simulación computacional.

Statistical reasoning levels of mathematics teachers about variability

Abstract

This article analyzes the level of statistical reasoning about variability that mathematics teachers show when solving prediction tasks registered in binomial problems, before and after taking part of computational simulation activities. The research method corresponds to a case study, in which seven in-service teachers participated. To collect the data, two questionnaires were used that served as pre and post in each phase of the study. The teachers' responses were analyzed considering four levels of statistical reasoning established from the SOLO taxonomy: prestructural, unistructural, multistructural and relational. The answers to the previous questionnaire indicate a predominance of the prestructural level, by not fulfilling the requirements of the task; after the simulation activities, an increase in the level of reasoning was evident in the teachers' responses, classifying them as multistructural and relational, by considering the variability in the prediction tasks.
Keywords: Statistical reasoning, In-service teachers, Binomial distribution, Prediction, Computational simulation.

Niveaux de raisonnement statistique des professeurs de mathématiques sur la variabilité

Résumé

Cet article analyse le niveau de raisonnement statistique que montrent les professeurs de mathématiques sur la variabilité au moment de résoudre des tâches de prédiction inscrites dans des problèmes binomiaux, avant et après le développement des activités de simulation informatique. La méthode de recherche correspond à une étude de cas, à laquelle sept professeurs de service ont

Recepción: 21/07/2020 *Aceptación: 03/11/2020*

participé. Pour collecter les données, deux questionnaires ont été utilisés qui ont servi de pré et de post dans chaque phase de l'étude. Les réponses des professeurs ont été analysées en considérant quatre niveaux de raisonnement statistique établis à partir de la taxonomie SOLO: préstructurel, unistructurel, multistructurel et relationnel. Les réponses au questionnaire précédent indiquent une prédominance du niveau préstructurel, en ne remplissant pas les exigences de la tâche; après les activités de simulation, on a constaté une augmentation du niveau de raisonnement dans les réponses des professeurs, en les classant en multistructurel et relationnel, c'est-à-dire en prenant en compte la variabilité dans les tâches de prédiction.
Mots clés: Raisonnement statistique, Professeurs en service, Distribution binomiale, Prédiction, Simulation informatique.

1. INTRODUCCIÓN Y PROBLEMÁTICA

Percibir la variabilidad en los datos corresponde a una actividad importante en Estadística. Shaughnessy (1997) señala que la variación es una de las ideas importantes en la enseñanza y el aprendizaje de esta área de las matemáticas, mientras que Wild y Pfannkuch (1999) señalan que la variabilidad es un componente crítico del pensamiento y quehacer estadístico. Frecuentemente, los términos variabilidad y variación se usan indistintamente, por lo que Reading y Shaughnessy (2004) sugieren distinguirlos: 1) utilizar *variabilidad* como la tendencia de una característica a cambiar que es observable y 2) *variación* como la descripción o medida de dicha característica; bajo esta perspectiva consideramos la variabilidad.

La variabilidad subyace en la idea de que los resultados de un experimento aleatorio varían en la forma en que se tiene la certeza de predecir cómo se distribuirán. A corto plazo los resultados tienen mayor variabilidad, debido a que es difícil predecir su comportamiento; mientras que a largo plazo la variabilidad es menor, al aparecer un patrón que permite predecir el comportamiento de los resultados. En otras palabras, la relación entre la distribución teórica y la distribución empírica reflejan la variabilidad que se ve en los datos (Bakker y Gravemeijer, 2004). Con base en esto, podemos mencionar que una manera de observar la variabilidad en los datos es a partir de su distribución. En este sentido, Pfannkuch y Reading (2006, p.4) señalan que "el razonamiento sobre la variación sólo es posible a través de su representación en diagramas o gráficos que 'representan intuitivamente la realidad original vía la intervención de una estructura conceptual', tales como gráficos y diagramas de frecuencias de datos". Cabe destacar que la variabilidad y la distribución son consideradas ideas fundamentales de la Estadística (Shaugnessy, 2019), sin embargo, suelen pasar desapercibidas por los profesores de matemáticas y se asume, inconscientemente, que su comprensión se da de manera natural en los estudiantes (Wild, 2006).

La aparición de las herramientas tecnológicas promueve una nueva arista para investigar la comprensión de los estudiantes y los profesores acerca de la variabilidad, ya que este fenómeno es difícil de percibir debido a la dificultad de realizar un sin número de experimentos aleatorios, pero hoy los entornos computacionales nos brindan herramientas que facilitan la simulación, recolección, manipulación, representación de datos, entre otros (e.g. Ben-Zvi, 2004). Shaughnessy (1997, p.13) reafirma lo anterior, posiblemente cuando señala: "hoy en día realmente es muy fácil obtener muestras […] introduciendo una simulación por computadora […] del experimento usando una cierta clase de software para obtener muestras". En este sentido, es conveniente reflexionar sobre las funciones que pueden tener estas herramientas en la práctica educativa. Ben-Zvi (2004) destaca dos funciones didácticas importantes que suelen atribuirse a la tecnología: 1) la metáfora del amplificador, que aprovecha el hecho de que la tecnología puede aumentar algunas de nuestras competencias, permitiendo hacer más de lo que hacíamos sin ella de manera más rápida y con mayor precisión, es decir, amplificando nuestras posibilidades; y 2) la metáfora del organizador, que se basa en la observación de que el uso de la computadora no sólo permite amplificar las capacidades humanas, sino que abre la puerta para reorganizar y transformar las actividades de modo que propicien cambios estructurales en el sistema cognitivo de los estudiantes.

El razonamiento sobre la variabilidad es fundamental para razonar estadísticamente. Sin embargo, los cursos de Estadística reducen su estudio al cálculo de las medidas de dispersión (por ejemplo, rango, desviación estándar, varianza y rango intercuartil) y algunas de sus aplicaciones, como la regla empírica. Este escaso tratamiento de la variabilidad no corresponde con el papel central que se le atribuye a este concepto en la Estadística.

Considerando lo anterior, este estudio busca responder la siguiente pregunta de investigación: ¿qué nivel de razonamiento estadístico poseen los profesores de matemáticas acerca de la variabilidad cuando resuelven tareas de predicción inscritas en problemas binomiales, antes y después de desarrollar actividades de simulación computacional?

2. ALGUNOS ESTUDIOS RELACIONADOS

A continuación, se presentan los resultados de algunos estudios sobre la comprensión de profesores acerca de la variabilidad.

Makar y Canada (2005) muestran los resultados de dos estudios empíricos sobre las concepciones de variación que poseen profesores en formación de primaria y secundaria, enfocándose en las fortalezas y debilidades que tienen en su razonamiento estadístico. Ambos estudios muestran que los profesores tienden a usar concepciones diferentes cuando cambia el contexto del problema. Así mismo, emplean una terminología informal para referirse a las representaciones (centro, forma, etc.) y sus descripciones sobre la dispersión de una distribución son similares. Estos autores señalan que este tipo de terminología usada en su lenguaje, no estándar e informal, necesita un mayor énfasis en la investigación sobre el razonamiento estadístico.

Sharma (2007) explora las ideas acerca de la variación de veinticuatro futuros profesores de Educación Primaria. Los participantes respondieron a dos ítems, el primero inmerso en un entorno cotidiano, y el segundo en una situación de juego de azar. Como parte de sus resultados, Sharma señala que el pensamiento de la mayoría de los profesores estuvo fuertemente influenciado por el sesgo de equiprobabilidad y por expectativas personales más que por una consideración de la variabilidad. Sin embargo, algunos profesores parecen poseer nociones de ella, pero no pudieron expresarla e integrarla en sus explicaciones.

Por su parte, Sánchez y García (2008) realizan un estudio con seis profesores en servicio de Educación Secundaria sobre la noción de variación en una tarea de predicción, inscrita en una distribución uniforme. Mediante la taxonomía SOLO se analizan los razonamientos de los profesores en actividades relacionadas con la variación estadística. Sus resultados destacan que la noción de evento no singular surgió como elemento clave para evaluar la transición del razonamiento multiestructural al relacional.

En Wessels (2014) se informa sobre un programa de desarrollo profesional centrado en la cultura estadística, enfocado en desarrollar el razonamiento de profesores en servicio sobre variabilidad e incertidumbre. Los resultados muestran un aumento en los niveles de razonamiento sobre la variabilidad después de la intervención, por lo que se enfatiza el diseño de experiencias de aprendizaje en este tipo de programas.

Vermette y Gattuso (2014) exploran el conocimiento didáctico del contenido de doce profesores de matemáticas de secundaria sobre el concepto de variabilidad. Los resultados de este estudio muestran que los participantes tenían dificultades y nociones erróneas relacionadas con el concepto de variabilidad. Además, las reacciones de algunos profesores ante escenarios que describían las estrategias, soluciones y conceptos erróneos de estudiantes frente a una tarea relacionada con la variabilidad, destacaron la influencia del conocimiento de contenido del concepto en el conocimiento didáctico.

En un estudio más reciente, González (2016) presenta una propuesta de marco conceptual para examinar las concepciones de variabilidad de los profesores en diversos contextos estadísticos, así como el conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico del contenido en relación con esta idea estadística.

Si bien se han desarrollado investigaciones en torno a las concepciones de los profesores de matemáticas acerca de la variabilidad estadística, este estudio presenta una propuesta de niveles de razonamiento estadístico que considera la relación entre la estructura y la aleatoriedad para el análisis de respuestas ante tareas de predicción inscritas en problemas binomiales, como una alternativa para desarrollar dicho razonamiento en los profesores de matemáticas mediante el uso de Fathom. Cabe mencionar que este software de datos dinámico para la enseñanza y aprendizaje de la estadística es apropiado desde Educación Secundaria hasta primeros cursos universitarios. Además, ha sido utilizado en diversas investigaciones (e.g. Ramírez, 2008; Sánchez, 2002).

3. MARCO CONCEPTUAL

Se entiende por marco conceptual a los factores claves o conceptos apropiados y útiles que explican las principales cosas que serán estudiadas, así como las supuestas relaciones entre ellas (Miles y Huberman, 1994). Bajo esta postura, se distinguen tres componentes conceptuales que dan sustento a este estudio: 1) la variabilidad, como idea estadística fundamental inscrita en tareas de predicción; 2) el razonamiento estadístico, como la forma de buscar explicaciones acerca de la variabilidad intrínseca en tareas de predicción; y 3) la taxonomía SOLO, como modelo para evaluar el razonamiento estadístico de los profesores mediante la jerarquización de las respuestas que dan a las tareas de predicción en problemas binomiales.

3.1. Variabilidad

Phatak y Robinson (2005, p.1) señalan que “usamos la palabra variabilidad para describir una situación en la cual las observaciones o las medidas deberían ser las mismas, pero no lo son”. En este sentido, consideramos que la variabilidad es la manifestación de cambio de un fenómeno que se observa. En Estadística se diferencian dos tipos de variabilidad que atienden dicho cambio: 1) la variabilidad que sigue ciertas leyes definidas o funcionales, es decir, una estructura, y 2) la variabilidad aleatoria, que satisface a lo aleatorio o caótico. Por ejemplo, Batanero (2001) expresa lo siguiente respecto a los datos en el contexto del análisis exploratorio:

> Para entender los principios por los que se guía el análisis exploratorio, se ha de tener en cuenta que los datos están constituidos por dos partes: la “regularidad” o tendencia y las “desviaciones” o variabilidad. Por regularidad entendemos la estructura simplificada de un conjunto de observaciones (en una nube de puntos es la recta a la cual se ajusta). Las diferencias de los datos con respecto a esta estructura (diferencia en nuestro caso respecto a la recta), representan las desviaciones o residuos de los datos, que usualmente no tienen por qué presentar una estructura determinada. (p. 27)

La relación entre la aleatoriedad y la estructura se expresa de otra manera en Ezer (2001), quien explica cómo la variabilidad es portadora de incertidumbre e información. La incertidumbre se presenta cuando una ley o estructura de los datos es puesta en duda por uno o varios datos que no encajan en ella. La variabilidad como información, se puede entender fácilmente pensando cuán banales serían los resultados de cualquier recogida de datos si éstos resultaran constantes. Por ejemplo, no es de ninguna ayuda una prueba escolar que quiera dar cuenta de las diferentes habilidades de un grupo de estudiantes si todos estos responden de la misma manera a los ítems de la prueba. Sin la variabilidad es imposible ganar conocimiento, es decir, sin la variabilidad no se revela una estructura. Lo anterior justifica descomponer el concepto de variabilidad en términos de las nociones de estructura y aleatoriedad.

3.2. Razonamiento estadístico

Uno de los primeros modelos para describir el razonamiento estadístico es el propuesto por Wild y Pfannkuch (1999). En este modelo, los autores destacan el papel central de la variación (o variabilidad) en este razonamiento, al señalar la identificación de las fuentes que la producen como un componente fundamental. De acuerdo con Garfield y Ben-Zvi (2008):

> El razonamiento estadístico es la forma en que la gente razona con las ideas estadísticas y le da sentido a la información estadística [...] puede involucrar conexiones de un concepto a otro (por ejemplo, medidas de tendencia central y dispersión) o combinar ideas acerca de datos y azar. El razonamiento estadístico también significa entender y ser capaz de explicar procesos estadísticos y de interpretar sus resultados. (p.34)

En este sentido, consideramos que el razonamiento estadístico permite buscar explicaciones acerca de la variabilidad intrínseca en un experimento. Por ejemplo, al realizar predicciones teniendo en cuenta la estructura y aleatoriedad.

3.3. Taxonomía SOLO

Una manera de analizar y describir el razonamiento estadístico de los profesores acerca de la variabilidad es a través de niveles jerárquicos. La taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome) propuesta por Biggs y Collis (1991) ha sido utilizada para analizar y evaluar la calidad del aprendizaje de estudiantes hasta profesores en servicio, en diferentes niveles educativos, en términos de las respuestas expresadas en alguna tarea (e.g. Díaz-Levicoy, Sepúlveda, Vásquez y Opazo, 2017; García-García, Arredondo y Márquez, 2018; Juárez e Inzunsa, 2014), pero también ha sido la base para elaborar jerarquías de desarrollo de razonamiento (e.g. García, Medina y Sánchez, 2014; Landín y Sánchez, 2010).

La taxonomía SOLO comprende cinco niveles de crecimiento y desarrollo cognitivo para categorizar las respuestas y evaluar el aprendizaje que ha alcanzado, los cuales se describen a continuación:

- *Preestructural*. El sujeto realiza la tarea, pero se distrae o se desvía con un aspecto irrelevante o que no tienen ninguna relación con el conocimiento que se pretende desarrollar.
- *Uniestructural*. El sujeto está enfocado en el dominio relevante y toma sólo un aspecto para trabajar.
- *Multiestructural*. El sujeto considera cada vez más aspectos relevantes o características correctas, pero no los integra.
- *Relacional*. El sujeto integra cada aspecto relevante con los otros, de manera que el todo tiene una estructura coherente y significado.
- *Abstracto extendido*. El sujeto generaliza el conocimiento adquirido en el nivel relacional, al considerar más y nuevas características abstractas, y representa el inicio de un ciclo superior.

En este estudio utilizamos la taxonomía SOLO para caracterizar el razonamiento estadístico de los profesores de matemáticas acerca de la variabilidad, a partir de las respuestas que dan tareas de predicción inscritas en problemas binomiales; es decir, la taxonomía nos apoyará con su estructura valorativa para establecer relaciones entre la estructura y la aleatoriedad, y con ello, proponer niveles de razonamiento estadístico enfocados en mirar el fenómeno de la variabilidad.

4. METODOLOGÍA

4.1. Método de investigación y participantes

Esta investigación corresponde a un estudio de casos, “adecuado para un análisis intensivo y profundo de uno o pocos ejemplos de ciertos fenómenos” (Goetz y LeCompte, 1988, p. 69), que permite un análisis intensivo a la luz de la relación entre la estructura y la aleatoriedad, estableciendo situaciones causales y correlaciones acerca de la variabilidad, en otras palabras, se usa el caso como un medio instrumental para comprender el razonamiento estadístico emergente de los profesores.

Participaron siete profesores de matemáticas que estaban cursando la asignatura de *Probabilidad y Estadística*, curso optativo de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Autónoma de Guerrero, México. La selección de los profesores fue por conveniencia; además, estos mostraron interés por participar en la investigación. La Tabla 1 muestra algunas características de los participantes, quienes se identificarán con pseudónimos.

Tabla 1
Características de los participantes del estudio

Profesor	Edad	Grado académico	Nivel educativo donde imparte clase	Años de experiencia
Emanuel	29	Licenciatura en Matemáticas	Secundaria	7
Ismael	35	Maestría en Competencias Profesionales para la Docencia Licenciatura en Educación Primaria	Primaria	12
Ignacio	39	Licenciatura en Arquitectura y Urbanismo	Secundaria	3
José	35	Licenciatura en Matemáticas y Computación	Bachillerato	4
María	32	Licenciatura en Matemáticas	Secundaria	2
Mónica	26	Licenciatura en Matemáticas	Bachillerato	2
Beatriz	29	Licenciatura en Matemáticas	Bachillerato	3

Fuente: elaboración propia.

Cabe señalar que los profesores no habían recibido ningún tipo de enseñanza formal acerca de la distribución binomial durante el curso de la maestría.

4.2. Instrumentos de indagación

Los instrumentos de indagación que se utilizaron fueron: dos cuestionarios, que sirvieron como previo y posterior en cada fase del estudio, de manera excluyente, y dos actividades guiadas para trabajar con Fathom (software educativo de estadística). Cada instrumento nace del rediseño de los elaborados por García-García (2017), considerando dos problemas binomiales denominados ¡Refresco gratis! y ¡Al azar!, donde la variable aleatoria $X \sim B(3,1/2)$ y $X \sim B(3,1/3)$, respectivamente. Cada problema binomial considera cinco tareas, encaminadas en: 1) describir los elementos del espacio muestral, 2) indicar los valores de la variable aleatoria, 3) determinar la probabilidad de cada valor de la variable, 4) determinar la probabilidad de un evento compuesto y 5) predecir las frecuencias de cada valor de la variable en 1000 repeticiones del experimento.

Cabe señalar que el lenguaje expresado en los problemas, sugerido en otros artículos (e.g. García, Medina y Sánchez, 2014), fue utilizado con el fin de hacerlos cercanos a los profesores. Además, si bien dentro de un contexto realista es difícil que una persona realice un experimento 1000 veces, la predicción de las frecuencias podría llevar a la reflexión del profesor acerca de la variabilidad a la que están sujetos los resultados. Con el fin de dar respuesta a la pregunta de investigación planteada en este trabajo, sólo se expondrá y comentará la tarea de predicción (ver Tabla 2).

Tabla 2
Problemas binomiales y tarea de estudio

Problema binomial	Tarea 5. Predicción para 1000 repeticiones del experimento
¡Refresco gratis! Una compañía refresquera lanzó una promoción en todos sus productos en México. La promoción consiste en que las tapas que tengan la leyenda “Vale Otro” bajo la misma, podrán ser canjeadas de manera gratuita por el mismo refresco; es decir, recibirá un refresco gratis. La publicidad de la compañía indica que una de cada dos tapas tiene la leyenda.	Si una persona destapara tres refrescos en 1000 ocasiones, ¿cuántas ocasiones crees que obtendría cero refrescos gratis, un refresco gratis, dos refrescos gratis, y tres refrescos gratis? Explica tu respuesta.
¡Al azar! Un profesor de primaria solicita a sus estudiantes que realicen un examen sobre conocimientos generales de la Historia de México. El examen es de opción múltiple y consta de 3 preguntas; cada pregunta cuenta con tres opciones de respuesta, siendo sólo una opción la correcta. Como fue un examen sorpresa, los estudiantes no se prepararon, así que muchos contestaron al azar.	Si un estudiante contestara las tres preguntas en 1000 ocasiones, ¿cuántas ocasiones crees que obtendría ninguna respuesta correcta, una respuesta correcta, dos respuestas correctas, y tres respuestas correctas? Explica tu respuesta.

Fuente: elaboración propia.

4.3. Procedimiento de aplicación de instrumentos

Los instrumentos mencionados fueron aplicados en dos fases: en la Fase I, los enfocados al problema binomial ¡Refresco gratis!; y en la Fase II, los correspondientes al problema binomial ¡Al azar! Cada una de las fases contemplaba tres etapas:

- Etapa previa. Se solicitó a los profesores responder el cuestionario, con el objetivo de identificar el nivel de razonamiento que poseen acerca de la variabilidad cuando resuelven tareas de predicción antes de realizar la actividad de simulación computacional.
- Etapa de simulación computacional. A partir del desarrollo de una actividad guiada, los profesores realizaron la simulación computacional de cada uno de los problemas binomiales. Por ejemplo, para el problema ¡Al azar!, primero simulan el experimento de contestar las tres preguntas del examen con el objetivo de reconocer los elementos del espacio muestral (Ω = {CCC, CCI, CCi, CIC, CII, CIi, CiC, CiI, Cii, ICC, ICI, ICi, IIC, III, IIi, IiC, IiI, Iii, iCC, iCI, iCi, iIC, iII, iIi, iiC, iiI, iii}, donde las letras C, I, i representan la opción correcta (C), la primera opción incorrecta (I) y la segunda opción incorrecta (i). Así, el elemento CCC significa que las respuestas de las tres preguntas son las opciones correctas; mientras que iIC simboliza que la respuesta de la primera pregunta es la segunda opción incorrecta, de la segunda pregunta es la primera opción incorrecta, y de la tercera pregunta es la opción correcta. Después, identifican los valores de la variable aleatoria X = ‘número de respuestas correctas al contestar las tres preguntas’ (X = 0, 1, 2, 3). Posteriormente, realizan la simulación de 1000 veces el experimento. Finalmente, los profesores repiten la simulación en varias ocasiones con sólo apretar un par de teclas de manera conjunta, generando nuevos resultados en cada una de ellas. Esto permite identificar la variabilidad intrínseca en el experimento y observar que los valores varían alrededor de las frecuencias esperadas. Cabe señalar que las frecuencias esperadas son valores de referencia alrededor de los cuales estarán las frecuencias reales obtenidas de la realización adecuada de las 1000 repeticiones del experimento. En la Figura 1 se presenta de manera breve el proceso de simulación computacional del problema binomial ¡Al azar!

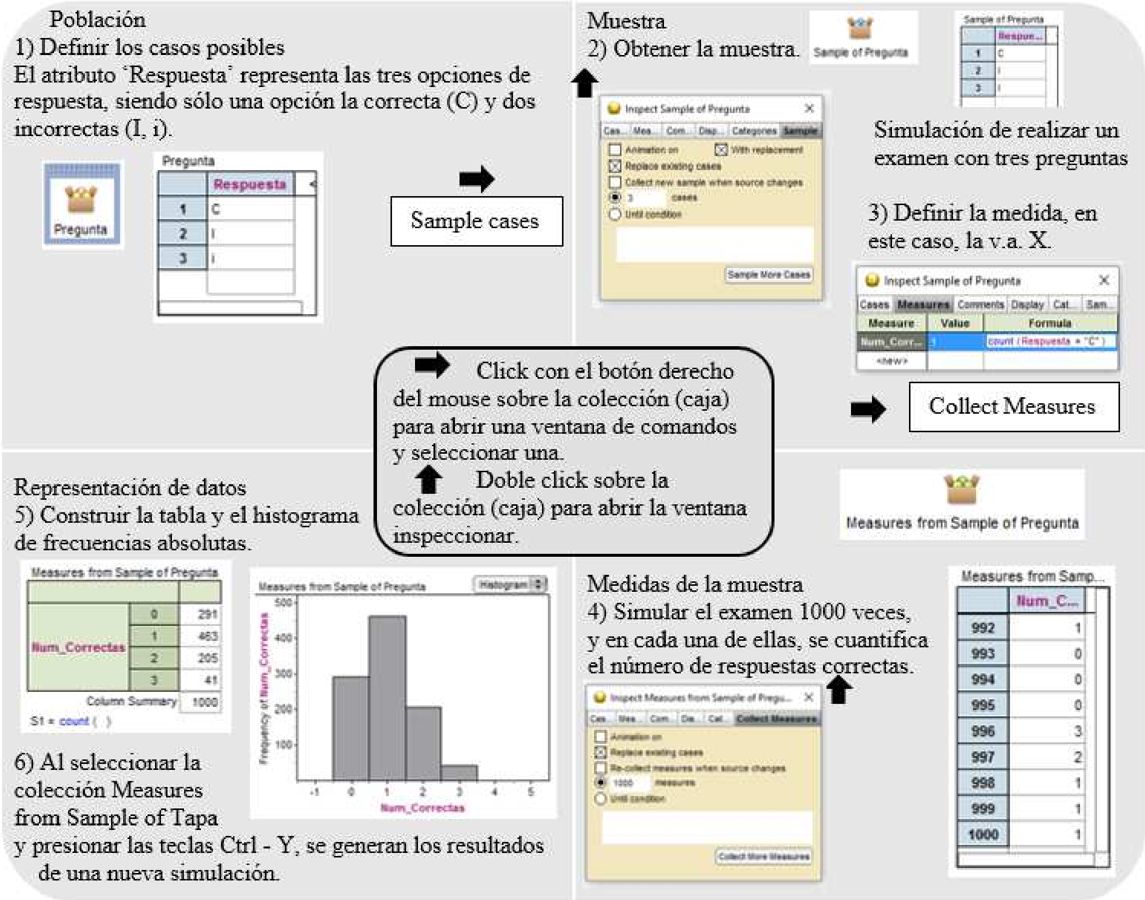

Figura 1. Proceso de simulación del problema binomial ¡Al azar! con Fathom

- Etapa posterior. Se solicitó a los profesores responder nuevamente el cuestionario, con el objetivo de identificar el nivel de razonamiento que poseen acerca de la variabilidad cuando resuelven tareas de predicción después de realizar actividades de simulación computacional.

Cada fase del estudio se aplicó con una semana de diferencia, ya que las sesiones del curso eran semanalmente. El cuestionario de la etapa previa y posterior de cada fase se aplicó en 30 minutos cada uno; mientras que cada actividad de simulación computacional se llevó a cabo en 60 minutos aproximadamente. Esto se realizó dentro del aula de clase. Los profesores contaban con computador portátil propio (laptop), en el que se instaló el software Fathom.

4.4. Procedimiento de análisis de datos

La observación de las frecuencias propuestas por los profesores, ante una tarea de predicción, puede reflejar la manera en que entienden la variabilidad a la que están sujetos los resultados, por lo que, frente a esta tarea, se esperaba que se propusieran distribuciones de frecuencias con valores relativamente cercanos a las frecuencias esperadas. Para el análisis de las respuestas de los participantes, se establecieron cuatro niveles de razonamiento estadístico considerando la taxonomía SOLO.

- *Preestructural*. En este nivel consideramos respuestas que no cumplen con alguno de los aspectos de la tarea, además, aquellas cuya justificación es incoherente o no pertinente.
- *Uniestructural*. En este nivel consideramos respuestas que se centran en un sólo aspecto de tarea: estructura o aleatoriedad. Enfocadas en la estructura cuando proporcionan las frecuencias esperadas (para el problema ¡Refresco gratis!, las frecuencias esperadas de 0, 1, 2 y 3 son 125, 375, 375 y 125, respectivamente; y para el problema ¡Al azar!, las frecuencias esperadas de 0, 1, 2 y 3 son 296, 445, 222 y 37 respectivamente, tomando en cuenta una adecuación de los valores, ya que 1000 no es divisible entre 27); y en la aleatoriedad cuando consideran, implícita o explícitamente, que cualquier evento puede ocurrir (frecuencias diferentes a las esperadas, pero de manera desordenada).
- *Multiestructural*. En este nivel consideramos respuestas que presentan ambos aspectos de la tarea, estructura y aleatoriedad, pero no relacionados de manera adecuada. Por ejemplo, cuando proporcionan frecuencias muy alejadas a las esperadas, pero consideran la forma de la distribución; para el caso del problema binomial ¡Al azar!, la frecuencia del valor X=1 es mayor que X=0, la frecuencia del valor de X=0 es mayor que X=2, y la frecuencia de X=2 es mayor que X=3; esto da indicios que reconocen la variabilidad de los datos.
- *Relacional*. En este nivel consideramos respuestas que relacionan de manera adecuada los dos aspectos de tarea, estructura y aleatoriedad, por lo que reconocen la variabilidad. Por ejemplo, cuando proporcionan frecuencias cercanas a las esperadas. Para el problema ¡Refresco gratis!, las frecuencias de 0, 1, 2 y 3 caen

dentro de los rangos de 125±15, 375±25, 375±25 y 125±15, respectivamente; y para el problema ¡Al azar!, las frecuencias de 0, 1, 2 y 3 caen dentro de los rangos de 296±20, 445±25, 222±15 y 37±10, respectivamente.

Nos situamos en los primeros cuatro niveles debido a que el tipo de tarea promovía el desarrollo de estos al establecer frecuencias, ya que para alcanzar el nivel abstracto extendido se requiere generalizar el conocimiento adquirido en el nivel relacional, así como el uso de otros conceptos estadísticos como intervalos de confianza.

Además, los rangos señalados en el nivel relacional fueron determinados haciendo uso de Fathom. Primero, se simulan 1000 valores de la variable aleatoria, luego se determina la frecuencia de cada valor (0, 1, 2, 3) y se calcula su diferencia con la frecuencia esperada; después, este proceso se repite 100 veces y se observa la distribución de las diferencias (este número de simulaciones está apoyado en la idea de ley de los grandes números y en las características de ejecución del software); y finalmente, se toma un rango que en promedio considere el 90% de las frecuencias simuladas, con centro en la frecuencia esperada para cada valor de la variable.

5. RESULTADOS

A continuación, en la Tabla 3 se presenta la transcripción de las respuestas de los profesores a la tarea de predicción del problema binomial ¡Refresco gratis!, en la etapa previa y posterior a la simulación computacional, y su clasificación en la taxonomía SOLO.

Tabla 3
Clasificación de las respuestas a la tarea de predicción del problema ¡Refresco gratis!

Profesor	Respuesta en la etapa previa	Nivel	Respuesta en la etapa posterior	Nivel
Emanuel	0, 1000, 0, 0 Por la promoción	Preestrutural	125, 375, 375, 125 Las frecuencias las puse con base a su probabilidad que salieron en el espacio muestral	Uniestructural -estructura-
Ismael	300, 400, 200, 100 Las frecuencias varían puesto que sólo existen muchas opciones en cada 2	Uniestructural -aleatoriedad-	125, 375, 375, 125 Se reparten proporcionalmente a la probabilidad que le toca a cada uno, y como son un número muy alto de refresco se acerca mucho a la probabilidad teórica	Relacional
Ignacio	0, 333, 333, 333 Tienen la misma posibilidad al aumentar el número de eventos	Preestructural	125, 375, 375, 125 1000/8 = 125, sólo existen 8 posibles resultados a los 1000 refrescos destapados	Uniestructural -estructura-
José	250, 250, 250, 250 Ya que al haber más eventos el porcentaje de las variables aumentan casi a la misma cantidad	Preestructural	200, 300, 300, 200 A mayor número de eventos se incrementa más la posibilidad de obtener los resultados 1 y 2; es decir, está casi a la par; solo 0 y 3 están disparejos con 1 y 2	Multiestructural
María	100, 300, 300, 300 La probabilidad de que ningún refresco salga gratis es 3/12=1/4, salir un refresco gratis 1/12 y el de dos refrescos 2/12=1/6 y el de 3 refrescos gratis 3/12=1/4	Preestructural	70, 340, 460, 130 La probabilidad de caer cualquier evento va variando con respecto a los refrescos que se den.	Multiestructural
Mónica	200, 450, 220, 130 El que salga una tapa premiada tiene ½ de probabilidad, y las probabilidades de obtener al menos 1 o 2 es más grande a obtener ninguno o todas premiadas, dado a como están formadas las tercias	Multiestructural	100, 390, 400, 110 El que salga uno o dos refrescos tiene más probabilidad a que todos salgan o ninguno.	Relacional
Beatriz	121, 368, 403, 108 Por que como son más refrescos, hay más posibilidad en 2 y 1, pero menos en 0 y 3.	Relacional	124, 378, 382, 162 Entre más refrescos se destapen, hay más posibilidades de obtener uno o dos gratis, y disminuye la probabilidad de cero y tres.	Relacional

Fuente: elaboración propia.

En la etapa previa del problema binomial ¡Refresco gratis!, las respuestas de los profesores Emanuel, Ignacio, José y María se clasifican en un nivel preestructural. Emanuel presenta una respuesta improbable, quizá se enfoca en la frase del enunciado del problema 'una de cada dos tapas tiene la leyenda', es decir, en el parámetro p. Las justificaciones y frecuencias dadas por Ignacio y José aluden al sesgo de equiprobabilidad, el cual hace referencia a la creencia de que todos los eventos asociados a cualquier experimento aleatorio tienen la misma probabilidad de ocurrencia, sin tener en cuenta que puedan tratarse de eventos compuestos o exista alguna asimetría (Lecoutre, 1992). Por otro lado, la justificación de María no es pertinente con la tarea, ya que establece doce posibles resultados. La respuesta de Ismael se clasifica en el nivel uniestructural al proporcionar frecuencias desordenadas, además, su justificación refiere a la aleatoriedad. Las respuestas de Mónica y Beatriz se clasifican en el nivel multiestructural y relacional, respectivamente, ya que presentan tanto la estructura como la aleatoriedad de la situación; Mónica proporciona frecuencias que consideran la forma de la distribución, pero muy alejadas de las esperadas, por lo que no logra relacionar ambos aspectos, a diferencia de la respuesta de Beatriz, que presenta una relación adecuada al proporcionar frecuencias dentro del rango establecido.

En la etapa posterior del problema binomial ¡Refresco gratis!, los profesores Emanuel, Ignacio, José, María, Mónica e Ismael presentan un avance en la calidad de sus respuestas, lo que significa un progreso en su nivel de razonamiento estadístico. Las respuestas de Emanuel e Ignacio se clasifican en el nivel uniestructural, consideran la estructura de la situación; además, aluden a la probabilidad teórica de cada valor de la variable y a los ocho elementos del espacio muestral en sus justificaciones. Las respuestas de José y María se clasifican en el nivel multiestructural, ya que las frecuencias que proporcionan presentan la forma de la distribución, pero están muy alejadas de las esperadas; en sus justificaciones mencionan características de la estructura (caso José) y la aleatoriedad (caso María) de la situación. Las respuestas de Mónica e Ismael se clasifican en el nivel relacional; las frecuencias que proporciona Mónica se encuentran dentro del rango considerado para este problema, además, su justificación puntualiza el hecho de que P(X=1) y P(X=2) son mayores que P(X=0) y P(X=3). Si observamos solamente las frecuencias que proporciona Ismael, podríamos caer en el error de creer que sólo toma en cuenta la estructura, pero si analizamos su justificación, *acerca mucho a la probabilidad teórica*, considera una aproximación a la distribución teórica de probabilidad. Si bien el nivel de razonamiento estadístico de Beatriz no cambia, reafirma su noción previa acerca de la variabilidad.

En la Tabla 4 se muestra la transcripción de las respuestas de los participantes a la tarea de predicción del problema binomial ¡Al azar!, en la etapa previa y posterior a la simulación computacional, y su clasificación en los niveles jerárquicos propuestos.

Tabla 4
Clasificación de las respuestas a la tarea de predicción del problema ¡Al azar!

Profesor	Respuesta en la etapa previa	Nivel	Respuesta en la etapa posterior	Nivel
Emanuel	100, 400, 400, 100 Todavía en este número la tendencia no es la misma	Uniestructural -aleatoriedad-	296, 445, 222, 37 Todo esto porque su probabilidad es distinta una de otra y respeto a eso ponga sus frecuencias.	Uniestructural -estructura-
Ismael	250, 250, 250, 250 Es una situación de azar, pueden obtenerse varios los valores que sean siempre y cuando sumen 1000	Uniestructural -aleatoriedad-	290, 450, 223, 37 Calcular la proporción usando la fracción que se obtienen como probabilidad e cada uno de los resultados posibles.	Relacional
Ignacio	50, 300, 390, 260 Entre más grande sea la muestra más variados serán los resultados	Uniestructural -aleatoriedad-	290, 400, 260, 40 Entre más veces, más es la tendencia entre los valores 1 y 2	Relacional
José	300, 200, 200, 300 Considerando que tendría más alto índice de resultar que los alumnos obtengan respuesta de tipo 0 y 3	Uniestructural -aleatoriedad-	250, 400, 200, 150 El valor 1 tiene más posibilidades de que resulte a la hora de contestar.	Multiestructural
María	0, 400, 300, 300 Dado que la probabilidad va variando, se modifican las probabilidades	Uniestructural -aleatoriedad-	330, 370, 290, 10 Ya que tiene 1000 sucesos, la probabilidad de que obtenga una respuesta es mayor.	Multiestructural
Mónica	80, 470, 360, 90 Las que tienen más probabilidad de obtenerse son 1 y 2 respuestas correctas, mientras las otras tienen la misma probabilidad; es decir, los resultados pueden salir igual o muy cercanos.	Uniestructural -aleatoriedad-	250, 380, 235, 135 Hay más posibilidad que el alumno obtenga una buena.	Multiestructural
Beatriz	120, 397, 360, 123 - - - - -	Uniestructural -aleatoriedad-	267, 444, 241, 48 Entre más va aumentado la cantidad de estudiantes, la posibilidad de 3 respuestas correctas sigue siendo baja y entre 0, 1 y 2 aumenta.	Relacional

Fuente: elaboración propia..

El cuestionario previo del problema binomial ¡Al azar!, Fase II, se aplicó después del cuestionario posterior del problema ¡Refresco gratis!, Fase I; esto influyó en el tipo de respuestas dadas por los profesores, clasificando todas ellas en el nivel uniestructural, enfocadas en la aleatoriedad. Las respuestas de los profesores Emanuel, Ignacio, Mónica y Beatriz presentan una influencia de la estructura del problema binomial anterior, donde las frecuencias de los valores X=1 y X=2 son mayores que las de X=0 y X=3, sin embargo, para el problema ¡Al azar!, estas frecuencias son consideradas desordenadas y diferentes a las esperadas, al igual que las proporcionadas por José y María. Las frecuencias proporcionadas por Ismael presentan el sesgo de equiprobabilidad. Sin embargo, su justificación hace alusión a la aleatoriedad, *pueden obtenerse varios los valores que sean siempre y cuando sumen 1000*.

En el cuestionario posterior del problema binomial ¡Al azar!, los profesores Ismael, Ignacio, José, María, Mónica y Beatriz presentan un avance en la calidad de sus respuestas, es decir, un progreso en su nivel de razonamiento estadístico. Las respuestas de José, María y Mónica se clasifican en el nivel multiestructural, ya que las frecuencias que proporcionan presentan la forma de la distribución, pero están muy alejadas de las esperadas; en sus justificaciones mencionan que la P(X=1) es mayor que las probabilidades de los otros valores de la variable. Las respuestas de Ismael, Ignacio y Beatriz se clasifican en el nivel relacional, al proporcionar frecuencias que se encuentran dentro del rango considerado para este problema. El nivel de razonamiento estadístico que presenta Emanuel en su respuesta es el mismo con relación al mostrado en el cuestionario previo. Sin embargo, cambia su enfoque después de la actividad de simulación, considerando la estructura (distribución teórica de probabilidad).

6. CONCLUSIONES

Las respuestas en los cuestionarios previos nos permitieron identificar las falencias que presentan los profesores en servicio respecto a la variabilidad. Con respecto al nivel de razonamiento estadístico, en la Fase I predominó el preestrutural (cuyas respuestas de los profesores no cumplen con los aspectos de la tarea), mientras que el uniestructural en la Fase II (enfocados en la *aleatoriedad*, cualquier evento puede ocurrir). Estos resultados coinciden con los obtenidos por Sharma (2007), en el sentido de que inicialmente el razonamiento estadístico de los profesores está fuertemente influenciado por el sesgo de equiprobabilidad y sus perspectivas personales.

El desarrollo de actividades de simulación computacional resulta efectivo para que los profesores adquieran o enriquezcan la noción de variabilidad, y la consideren en sus respuestas a las tareas de predicción en los problemas binomiales ¡Refresco gratis! y ¡Al azar! En el cuestionario posterior de cada fase predominan los niveles relacional y multiestructural, es decir, los profesores consideran ambos aspectos de la tarea, estructura y aleatoriedad, reconociendo la variabilidad intrínseca en tareas de predicción, que era lo esperado bajo la premisa de que la simulación computacional se apoya en la ley de los grandes números. Lo anterior coincide con lo encontrado por Sánchez y García (2008), independientemente del tipo de distribución discreta trabajada; y con Wessels (2014), al mostrar un cambio positivo en el nivel de razonamiento estadístico de los profesores sobre la variabilidad, después del uso de tecnología.

En general, el uso de simulación computacional permitió que algunos profesores tuvieran un acercamiento apropiado a la variabilidad, así como comprender el comportamiento teórico de la distribución binomial, esto a partir de la generación de varios experimentos y la visualización de las distribuciones producidas. Además, la simulación sirvió a los profesores para organizar sus concepciones previas sobre la variabilidad y, con ello, generar conocimiento nuevo donde se considera este concepto, es decir, la simulación fungió como un símil de la metáfora del organizador.

Tener conciencia acerca de la presencia de la variabilidad es indispensable en el desarrollo de un razonamiento estadístico. Sin embargo, consideramos que el principal obstáculo para salir de un razonamiento determinista es que la mayoría de las personas no pueden controlar la variabilidad, por lo que prefieren ignorarla y someter las situaciones aleatorias a modelos *teóricos* que se reducen a la aplicación de fórmulas. Lo anterior nos hace sugerir la necesidad de cursos de actualización que apoyen al profesor en servicio sobre el uso de nuevas herramientas tecnológicas, con el fin de diseñar actividades que permitan modificar el razonamiento estadístico de sus estudiantes.

Finalmente, en este estudio se discute la variabilidad más allá de los cálculos tradicionales y, por tanto, muestra niveles de razonamiento que pueden orientar en el enriquecimiento de situaciones y problemas para abordar el tema y, con ello, generar cambios en la práctica de la enseñanza de la distribución binomial; así como una alternativa para desarrollar el razonamiento estadístico mediante el uso de Fathom.

7. REFERENCIAS

Bakker, A. y Gravemeijer, P. E. (2004). Learning to reason about distribution. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (147-168). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. DOI: https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_7

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: GEEUG. Recuperado de: http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/didacticaestadistica.pdf

Ben-Zvi, D. (2004). Reasoning about variability in comparing distributions. *Statistics Education Research Journal, 3*(2), 42-63. Recuperado de: http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ3(2)_BenZvi.pdf

Biggs, J. y Collis, K. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligence behavior. En H.A. Rowe (Ed.), *Intelligence: Reconceptualization and measurement* (pp. 57-76). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Díaz-Levicoy, D., Sepúlveda, A., Vásquez, C. y Opazo, M. (2017). Organización de las respuestas sobre tablas estadísticas por futuras maestras de educación infantil desde la taxonomía SOLO. *Didasc@lia: Didáctica y Educación, 8*(2), 193-211. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6632901

Ezer, T. (2001). Can long-term variability in the Gulf Stream transport be inferred from sea level? *Geophysical Research Letters, 28*(6), 1031-1034. DOI: https://doi.org/10.1029/2000GL011640

García, J. I., Medina, M. y Sánchez, E. (2014). Niveles de razonamiento de estudiantes de secundaria y bachillerato en una situación-problema de probabilidad. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 6*, 5-23. DOI: https://doi.org/10.35763/aiem.v1i6.90

García-García, J. I. (2017). *Razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato sobre la noción de la distribución binomial* (Tesis de Doctorado). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados de Instituto Politécnico Nacional, México.

García-García, J. I., Arredondo, E. H. y Márquez, M. (2018). Desarrollo de la noción de distribución binomial en estudiantes de bachillerato con apoyo de tecnología. *Revista Paradigma, 39*(2), 92-106. Recuperado de: http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/702/698

Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Nueva York, NY: Springer Science y Business Media.

Goetz, J.P. y Lecompte, M.D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.

González, O. (2016). A framework for assessing statistical knowledge for teaching based on the identification of conceptions of variability held by teachers. En D. Ben-Zvi y K. Makar (Eds.), *The Teaching and Learning of Statistics* (pp. 315-325). Cham: Springer. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-23470-0_37

Juárez, J. A. e Inzunsa, S. (2014). Comprensión y razonamiento de profesores de matemáticas de bachillerato sobre conceptos estadísticos básicos. *Perfiles educativos, 36*(146), 14-29. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/pdf/peredu/v36n146/v36n146a2.pdf

Landín, P. R. y Sánchez, E. (2010). Niveles de razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato frente a tareas de distribución binomial. *Educação Matemática Pesquisa, 12*(3), 598-618. Recuperado de: https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/4842/3703

Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in «purely random» situations. *Educational Studies in Mathematics, 23*, 557-568. DOI: https://doi.org/10.1007/BF00540060

Makar, K. y Canada, D. (2005). Preservice teachers' conceptions of variation. En H. L. Chick y J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 273-280). Melbourne: PME. Recuperado de: http://emis.dsd.sztaki.hu/proceedings/PME29/PME29RRPapers/PME29Vol3MakarCanada.pdf

Miles, M. B. y Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook.* Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Pfannkuch, M. y Reading, C. (2006). Reasoning about distribution: A complex process. *Statistics Education Research Journal, 5*(2), 4-9. Recuperado de: https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ5(2)_GuestEd.pdf

Phatak, A. y Robinson, G. (2005, Abril). *Understanding and Modelling Variability: Practitioners' Perspectives*. Trabajo presentado en International Statistical Institute, 55th Session. Sydney, Australia. Recuperado de: http://iase-web.org/documents/papers/isi55/Phatak-Robinson.pdf

Ramírez, G. (2008). Formas de razonamiento que muestran estudiantes de maestría de matemática educativa sobre la distribución normal mediante problemas de simulación en Fathom. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, 3*(1), 10-23. Recuperado de: https://www.redalyc.org/pdf/2733/273320549002.pdf

Reading, C. y Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 201-226). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. DOI: https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_9

Sánchez, E. (2002). Teacher's beliefs about usefulness of simulation with the educational software Fathom for developing probability concepts statistics classroom. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 1-6). Cape Town South Africa: IASE. Recuperado de: http://iase-web.org/documents/papers/icots6/6e2_sanc.pdf

Sánchez, E. y García, J. (2008). Acquisition of notions of statistical variation by in-service teachers. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference* (pp- 1-6). Monterrey: ICMI and IASE. Recuperado de: https://iase-web.org/documents/papers/rt2008/T3P5_Sanchez.pdf

Sharma, S. (2007). Exploring Pre-service Teachers' Reasoning about Variability: Implications for Research. *Australian Senior Mathematics Journal, 21*, 31-43.

Shaughnessy, J. M. (1997). Missed opportunities in research on the teaching and learning of data and chance. En F. Biddulph y K. Carr (Eds.), *People in mathematics education* (pp. 6-22). Waikato, New Zealand: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Shaughnessy, J. M. (2019). Recommendations about the Big Ideas in Statistics Education: A Retrospective from Curriculum and Research. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 18*, 44-58. Recuperado de: https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/39892

Vermette, S. y Gattuso, L. (2014). High school teachers'pedagogical content knowledge of variability. En K. Makar, B. de Sousa, & R. Gould (Eds.), *Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 1-6). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Recuperado de: http://icots.info/icots/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_2F3_VERMETTE.pdf

Wessels, H. (2014). Developing statistical knowledge for teaching of variability through professional development. En K. Makar, B. de Sousa y R. Gould (Eds.), *Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 1-6). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Recuperado de: http://icots.info/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_7B2_WESSELS.pdf

Wild, C. (2006). The concept of distribution. *Statistics Education Research Journal, 5*(2), 10-26. Recuperado de: http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ5(2)_Wild.pdf

Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223-265. Recuperado de: https://iase-web.org/documents/intstatreview/99.Wild.Pfannkuch.pdf

Jaime I. García-García

Profesor-investigador del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Los Lagos, Chile. Doctor en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa, por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN).