

Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15)

Raúl Monroy Santana¹

senguios@yahoo.com.mx

¹ Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav, México

Resumen

En el presente estudio se identificó el nivel en que se ubican los estudiantes de secundaria (12-15) en la comprensión de gráficas estadísticas, de acuerdo con el marco teórico propuesto por Langrall y Mooney (2002). En una población de 231 estudiantes de 4 escuelas públicas de la zona metropolitana de la Ciudad de México, se aplicó un cuestionario diseñado para evaluar dos aspectos del pensamiento estadístico en la comprensión de gráficas: *descripción* y *representación de datos*. En el estudio se encontró que la mayoría de los estudiantes sin distinción de grado están en el nivel idiosincrásico y/o transicional, esto significa que presentan dificultades para distinguir los elementos de una gráfica y establecer relaciones dentro de ésta. El haber caracterizado estas dificultades nos permitirá, para futuras investigaciones, diseñar actividades para ayudar a los estudiantes a transitar a niveles superiores.

Palabras clave: Gráficas, pensamiento estadístico, organización de datos, representación.

Abstract

The present study identifies the level in that the secondary student's (12-15) are located in the understanding of statistical graphs, in accordance with the theoretical framework proposed by Langrall and Mooney (2002). In a population of 231 students of 4 public schools of the metropolitan area of the Mexico City, a questionnaire was applied designed to evaluate two aspects of the statistical thinking in the understanding of graphic: description and representation of data. In the study it was found that most of the students without grade distinction are in the idiosyncratic and/or transitional level, this means that they present difficulties to distinguish the elements of a graph and to establish relationships inside this. Having characterized these difficulties will allow us, for future investigations, to design activities to help the students to traffic at levels superiors.

Keywords: Graphics, statistics thought, organizing data, representing data.

1. INTRODUCCIÓN

La sociedad moderna genera y maneja una gran cantidad de datos que sirven para la toma de decisiones de gobiernos, empresas y ciudadanos, de ahí la relevancia de la manera en que se reducen, presentan, analizan e interpretan los datos. En particular, la elaboración y lectura de gráficas es fundamental en el proceso de presentación y análisis de los datos.

En los estándares curriculares de los Estados Unidos se sugiere "desarrollar un pensamiento crítico y tomar buenas decisiones con base en los datos" (NCTM 2000); por otro lado Shaughnessy, Garfield, & Creer (1996) señalan que el significado común del análisis de datos debe incluir una

confianza rigurosa en las representaciones gráficas; mientras que Friel, Brighth & Curcio (1997) consideran que comprender y usar gráficas es una parte clave involucrada en el desarrollo del pensamiento estadístico.

Comúnmente, se considera que leer datos en una gráfica es una actividad sencilla, sin embargo, Batanero & Godino (1994) afirman que se requiere explorar las dificultades que tienen los estudiantes en la comprensión de gráficas para ayudarlos a entenderlas y a mejorar su lectura e interpretación. La presente investigación tuvo como propósito identificar las dificultades que presentan los estudiantes de secundaria (12-15) en la comprensión de gráficas estadísticas, y de acuerdo con estas dificultades,

ubicarlos dentro de los niveles propuestos por el marco de Langrall & Mooney.

En este estudio se evaluaron dos aspectos del pensamiento estadístico relativo a la comprensión de gráficas, que son: *descripción* y *representación de datos*. Para ello, según Curcio (1987), se deben considerar tres niveles de preguntas: un nivel elemental enfocado sobre la lectura de datos de la gráfica (“leer la gráfica”), un nivel intermedio que involucra la interpolación y extracción de información de los datos mostrados en la gráfica (“leer dentro de la gráfica”) y un nivel general que involucra la extrapolación de los datos y la interpretación de las relaciones identificadas en la gráfica (“leer más allá de la gráfica”).

2. MARCO TEÓRICO

Para evaluar el pensamiento estadístico de los estudiantes se utilizaron las componentes del marco teórico desarrollado por Money (2002) “Middle School Students’ Statistical Thinking (M3ST)”. El marco teórico M3ST incorpora cuatro procesos estadísticos (*descripción, organización y reducción, representación, y análisis e interpretación de datos*) e incluye descriptores que caracterizan cuatro niveles del pensamiento estadístico de los estudiantes dentro de cada proceso.

El marco teórico M3ST fue construido con la perspectiva de que el pensamiento estadístico de los estudiantes es representado por las acciones cognitivas en las cuales ellos se comprometen durante el manejo de datos, procesos de descripción, organización y reducción, representación, y análisis e interpretación de datos (Reber, 1995; Shaughnessy, Garfield & Creer, 1006) [citados por Langrall & Mooney, 2002].

El presente estudio sólo consideró dos procesos estadísticos: *Descripción y Representación de datos*:

Descripción de datos. Describir datos implica la lectura explícita de los datos presentados en tablas, cuadros, o representaciones gráficas. La descripción de datos corresponde a la identificación de dos *subprocesos*: (1) *mostrar conocimiento para las características exhibidas* e (2) *identificar unidades de los valores de los datos*.

Representación de datos. Representar datos involucra mostrar datos en forma gráfica. La representación de datos corresponde a la identificación de dos *subprocesos*: (1) *construir un dato exhibido por un conjunto de datos* y (2) *evaluar la validez de los datos exhibidos*.

Los niveles del pensamiento estadístico de los estudiantes en el marco teórico M3ST están basados en el modelo del desarrollo general de Biggs y Collis (1991), el cual incorpora cinco modos de funcionamiento: *sensoriomotor* (desde el nacimiento), *icónico* (alrededor de los 18 meses), *concreto simbólico* (alrededor de los 6 años), *formal* (alrededor de los 14 años), y *post formal* (alrededor de los 20 años). Dentro de cada modo, tres niveles cognitivos (*uniestructural, multiestructural, y relacional*) reciclan y representan cambios en la complejidad del razonamiento de los estudiantes. De acuerdo con Biggs y Collis, cada uno de los cinco modos de funcionamiento surgen y se desarrollan de manera que incorporan el desarrollo continuo de los modos anteriores. Así, ellos también reconocen otros dos niveles cognitivos: el *preestructural* el cual se relaciona con el modo previo y el *abstracto extendido* que esta relaciona al siguiente modo. Se consideraron los modos *icónico* y

concreto simbólicos más aplicables a los estudiantes de secundaria. Siguiendo este modelo, Mooney (2002) concluyó que los estudiantes en su estudio exhibieron cuatro niveles de pensamiento estadístico: *idiosincrásico*, (asociado con el nivel preestructural y pensamiento representado en el modo icónico), y *transicional, cuantitativo y analítico* (asociados respectivamente con el nivel uniestructural, multiestructural y relacional; pensamiento representado en el modo concreto simbólico). Para cada proceso estadístico en el marco teórico, los cuatro niveles de pensamiento de los estudiantes están caracterizados por descriptores a cada uno de los subprocesos. Los descriptores parten del supuesto de que cada descriptor siguiente subsume las características del nivel previo.

3. METODOLOGÍA

Participantes. 6 profesores de secundaria¹, 3 estudiantes de maestría en educación matemática y un investigador, estudiantes de secundaria (12-15) de 4 escuelas públicas de la zona metropolitana de la Cd. de México, 101 de primer grado, 25 de segundo grado y 105 de tercer grado, en total 231 estudiantes; los cuales no habían llevado cursos relacionados con la comprensión de gráficas, y tenían poca experiencia con el manejo de datos, aunque este tema se encuentra formalmente en el currículo, los maestros le dan poca importancia.

Instrumento. Un cuestionario, de dos preguntas de respuesta abierta, fue diseñado para evaluar dos aspectos del pensamiento estadístico en la comprensión de gráficas: *descripción y representación de datos*. Su objetivo era evaluar los procesos de: *descripción, y representación de datos*; las preguntas se muestran en la figura 1. Cada una de ellas fue seleccionada de investigaciones previas sobre la comprensión de gráficas.

¹ Los profesores de secundaria participan en un estudio sobre el pensamiento estadístico en estudiantes de secundaria (12-15) y son profesores en activo, el estudio se realiza con los alumnos que tiene asignado cada profesor, de ahí que la población en segundo grado sea tan pequeña, ya que sólo uno de los profesores tiene grupo de segundo grado y este es únicamente de 25 alumnos.

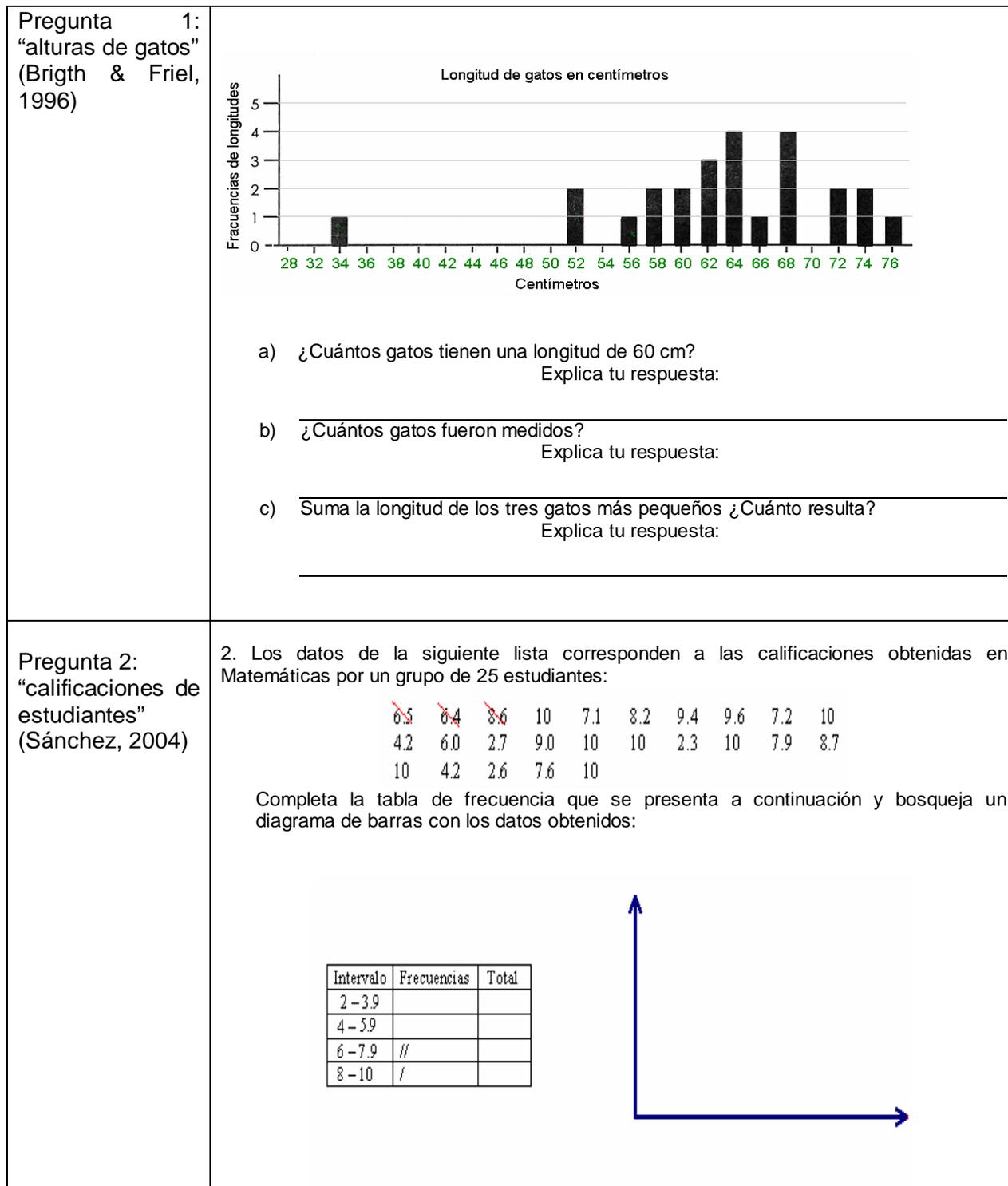


Figura 1
 Preguntas acerca de: descripción y representación de datos

Recolección de datos y procedimiento de análisis. Las respuestas de los estudiantes fueron ubicadas en las categorías propuestas por el marco teórico desarrollado por Langrall y Mooney (2002) *Middle School Students' Statistical Thinking (M3ST)*. La ubicación dentro de cada categoría se realizó analizando las respuestas numéricas y verbales dadas por los estudiantes.

Dentro de los procesos de *descripción y representación de datos* el marco de Langrall y Mooney (2002) propone cuatro niveles, véanse Tablas 1 y 2.

Descripción de datos: **(D.1)** *mostrar conocimiento para las características exhibidas*
(D.2) *identificar unidades de los valores de los datos*

<p>Nivel 1. Idiosincrásico D.1.1 Demuestra poco conocimiento de las características exhibidas de una tabla, cuadro o representación gráfica. D.2.2 Malinterpreta o no identifica las unidades de los valores de los datos.</p>	<p>Nivel 2. Transicional D.2.1 Demuestra algo de conocimiento de las características exhibidas de una tabla, cuadro o representación gráfica. D.2.2 Identifica las unidades de los valores de los datos incompletamente.</p>
<p>Nivel 3. Cuantitativo D.3.1 Demuestra conocimiento completo de de las características exhibidas de una tabla, cuadro o representación gráfica. D.3.2 Identifica las unidades de los valores de datos específicos.</p>	<p>Nivel 4. Analítico D.4.1 Demuestra conocimiento completo de de las características exhibidas de una tabla, cuadro o representación gráfica incluyendo características que son irrelevantes o superficiales. D.4.2 Identifica las unidades de los valores de datos generales.</p>

Tabla 1. Descriptores para Descripción de Datos.

Representación de datos: **(R.1)** *graficar un dato exhibido por un conjunto de datos*
(R.2) *evaluar la eficacia del gráfico*

<p>Nivel 1. Idiosincrásico R.1.1 Es incapaz de construir una visualización o construye una visualización incompleta y poco representativa de los datos. R.1.2 Evalúa la eficacia de los datos representados basado en características o razones irrelevantes.</p>	<p>Nivel 2. Transicional R.2.1 Construye una visualización que es parcialmente completa y representativa de los datos o completa y no representativa de los datos. R.2.2 Evalúa la eficacia de los datos representados basado en características relevantes de la representación.</p>
<p>Nivel 3. Cuantitativo R.3.1 Construye una visualización completa y representativa. La representación puede tener pocos errores. R.3.2 Evalúa la eficacia de los datos representados basado en características relevantes de la representación con alguna referencia al contexto de los datos.</p>	<p>Nivel 4. Analítico R.4.1 Construye una visualización completa, representativa y apropiada. R.4.2 Evalúa la eficacia de los datos representados basado en características relevantes de la representación y presenta el contexto de los datos.</p>

Tabla 2. Descriptores para Representación de Datos.

Las preguntas fueron elaboradas sólo considerando tres niveles dentro del marco propuesto por Langrall & Mooney, ya que nuestro estudio fue únicamente exploratorio y consideramos que era suficiente el diagnóstico hasta el nivel cuantitativo. Asimismo se identificaron dos subprocesos en la comprensión de gráficas, uno analítico D.1 mostrar conocimiento para las características exhibidas y otro cuantitativo D.2 identificar las unidades de los valores de los datos, para categorizar el pensamiento de un estudiante se consideraron los dos procesos. A continuación describimos en qué consisten ambos procesos.

Descripción de datos. Describir datos implica la lectura explícita de los datos presentados en tablas, cuadros, o representaciones gráficas (Langrall y Money, 2002). La habilidad para leer gráficas puede ser considerada la base para que los estudiantes comiencen a efectuar predicciones y descubrir tendencias dentro de una gráfica. Las

interpretaciones que se hacen al hacer la lectura de una gráfica muestran el conocimiento que se tiene acerca de la estructura de ésta (Friel, Curcio y Bright, 2001). La *descripción de datos* corresponde a la identificación de dos subprocesos: (1) *mostrar conocimiento para las características exhibidas* y (2) *identificar unidades de los valores de los datos*.

Dentro del proceso de *descripción de datos* con la pregunta 1 (ver figura 1) inciso a) *¿cuántos gatos tienen una longitud de 60 cm?* Se evaluó la capacidad que tienen los estudiantes para “leer datos de una gráfica”, esto implica, que debían ser capaces de reconocer las unidades de medida de cada eje, en este caso, reconocer que el eje “x” mide las alturas de los gatos, mientras el eje “y” las frecuencias de dichas alturas, y ser capaces de relacionar la altura del gato con su frecuencia para de este modo “leer un dato”. De acuerdo con el nivel cognitivo en que se encontrarán serían capaces o no, de leer

dentro de la gráfica además de poder expresar en forma adecuada el porqué de esta elección.

En la pregunta 1 inciso b) ¿cuántos gatos fueron medidos? Se exploró la habilidad que tienen los estudiantes para “leer datos dentro de una gráfica”, esto significa que para responder a esta cuestión correctamente debían ubicar las frecuencias de los gatos con su altura respectiva y sumar dichas frecuencias, la dificultad se encontraba cuando los estudiantes en forma icónica asociaban el tamaño de la barra con la altura del gato.

En la pregunta 1 inciso c. Suma la longitud de los tres gatos más pequeños ¿cuánto resulta?, para responder a esta pregunta se debían identificar los valores de los datos específicos y sumarlos. La dificultad radicaba en que los estudiantes tendían a relacionar el tamaño de la barra con el tamaño del gato sin prestar atención a la frecuencia.

Para categorizar las respuestas de los estudiantes dentro del marco teórico de Langrall y Mooney (2002) se consideró que este reactivo sólo involucró tres niveles de pensamiento (idiosincrásico, transicional y cuantitativo) y que aquellos estudiantes que fueron capaces de “leer” dentro de la gráfica, es decir, que establecieron la relación correcta entre el objeto y su unidad de medida y además la expresaron en forma adecuada, se ubicaban en el nivel más alto, es decir, cuantitativo.

Representación de datos. La pregunta 2 (ver figura 1) hizo referencia a la organización y representación de datos. Para contestarla el estudiante debía poseer habilidades de conteo y organización de datos, así como para representarlos en una gráfica de barras. Las dificultades que se presentan en esta pregunta, es que el estudiante debía hacer una reducción de los datos, organizarlos en la tabla y saberlos trasladar de la tabla a una gráfica.

4. RESULTADOS

Las respuestas a los cuestionarios aplicados mostraron las dificultades que presentan los estudiantes de secundaria (12-15) en la comprensión de gráficas estadísticas y al mismo tiempo nos permitieron ubicarlos en una categoría de acuerdo a la propuesta de Langrall y Mooney (2002).

Los resultados obtenidos para la pregunta 1 inciso a) expresados como porcentaje de estudiantes en cada categoría se muestran en la tabla 3.

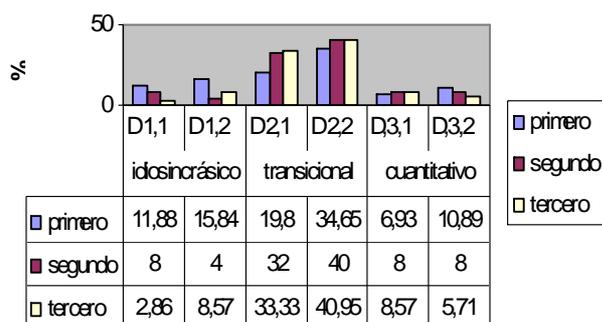


Tabla 3. % de estudiantes en cada categoría pregunta 1. a)

En el nivel idiosincrásico D.1.1 se ubicó a los estudiantes que no fueron capaces de identificar ningún rasgo significativo de la gráfica tanto a nivel cuantitativo como descriptivo, en este nivel podemos observar que aparentemente existe una disminución del porcentaje de

estudiantes conforme el grado aumenta (11.88% de primero, 8% de segundo y 2.86% de tercero).

En el nivel idiosincrásico D.1.2 se ubicó a los estudiantes que mostraron dificultades para identificar las unidades de medida de cada eje, su pensamiento es icónico, asociaron las barras con gatos y la altura de la barra con la altura del gato los resultados indican que el porcentaje de estudiantes más alto dentro de este nivel nuevamente se encuentra en primer grado (15.84 %), disminuye en segundo grado (4 %) y aumenta nuevamente para el tercer grado (8.57 %). La aparente disminución de los alumnos de segundo grado se pudo deber a que la muestra es más pequeña y por lo tanto presenta mayor variación.

En el nivel transicional D.2.1 se ubicó a aquellos estudiantes que presentaban conciencia de alguno de los elementos de la gráfica, identificaban las barras como frecuencias de datos, aunque para algunos de ellos la barra representaba un gato o identificaban que las alturas de los gatos estaban medidas en cm. Se puede observar (ver tabla 3), que el porcentaje de estudiantes en este nivel se va incrementando con el grado; para primer grado (19.8%), (32 %) en segundo grado y (33.33 %) en el tercer grado.

En el nivel D.2.2 los estudiantes fueron capaces de asociar la frecuencia con la altura, aunque lo hicieron incorrectamente. Los resultados muestran que conforme aumenta el grado aumenta el porcentaje de estudiantes en este nivel (34.65%) de primer grado, (40%) de segundo grado y (40.95%) de tercer grado.

En el nivel D.3.1 los estudiantes fueron capaces de identificar las unidades de medida, frecuencia de gatos y altura de gatos en cm., asociándolos sin dar una justificación clara del porque de su elección, se puede observar que los porcentajes se incrementan con el grado (6.93%) primer grado, (8%) segundo grado y (8.57%) tercer grado.

En el nivel D.3.2 los estudiantes identificaron las unidades específicas de los datos, y expresaron verbalmente de manera correcta la forma en que los relacionaron, aquí se observa que los porcentajes disminuyen con el grado; primer grado (10.89%), segundo grado (8%) y tercer grado (5.71%).

Los resultados muestran que la mayor parte de los estudiantes se encuentran en el nivel transicional D.2.1 y D.2.2, esto significa, que identificaron las unidades de los datos incompletamente, es decir, mostraron conciencia de que en el eje “y” se encuentran las frecuencias o de que en el eje “x” se encuentran las alturas pero no fueron capaces de asociar correctamente estos datos. Los resultados de la pregunta 1 inciso b se muestran en la tabla 4.

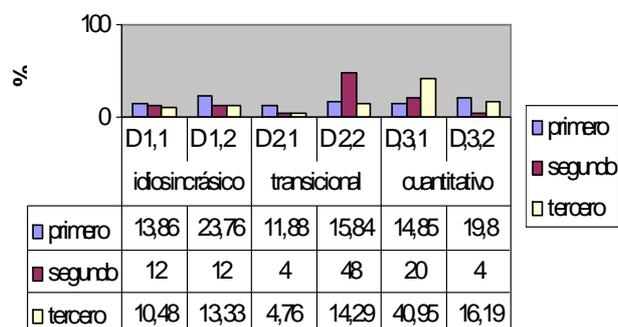


Tabla 4. % de estudiantes en cada categoría pregunta 1. b)

Nuevamente en esta pregunta de acuerdo con el marco teórico de Langrall y Mooney (2002) sólo se exploraron tres niveles de pensamiento: idiosincrásico, transicional y cuantitativo, en el primer grado el porcentaje más alto (23.76%) se encuentra en el nivel idiosincrásico D.1.2, en el segundo grado (48%) en el transicional D.2.2 y en el tercer grado (40.95%) en el cuantitativo D.3.1. Se observa (ver tabla 4), que en esta pregunta si existió un mayor nivel cognitivo de acuerdo con el grado de los estudiantes.

La tabla 5 muestra los resultados obtenidos, para el inciso c. Pudimos observar que la mayor parte de los estudiantes de primer grado (39.6%) se ubicaron en el nivel idiosincrásico D.1.1, los estudiantes de segundo grado (28%) D.3.2 se ubicaron mayormente en el nivel cuantitativo mientras que los estudiantes de tercer grado (26.66%) estuvieron en nivel transicional D.2.1. Aquí podemos observar nuevamente que conforme aumenta el grado los alumnos se ubican en un nivel de comprensión superior, aunque en este caso la mayoría de los estudiantes de segundo año se ubican en el nivel más alto; esto es atribuible al tamaño de la muestra, ya que como mencionamos anteriormente por haber sido más pequeña, la muestra de estudiantes de segundo grado, presenta mayor variación.

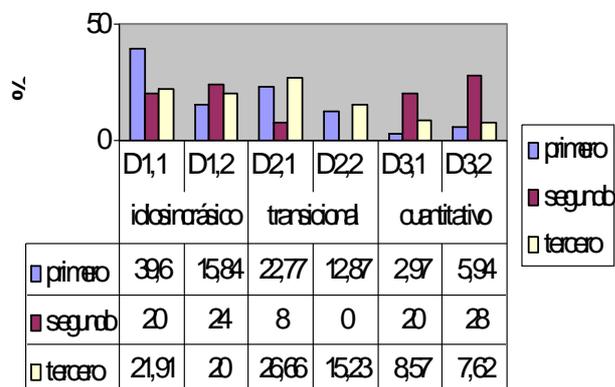


Tabla 5. % de estudiantes en cada categoría pregunta 1 c

En la tabla 6 se muestran los tipo de respuestas dadas por los estudiantes y la categoría en que fueron ubicadas con respecto a la pregunta 1 b). En la categoría D.1.1 se ubicaron aquellos estudiantes que fueron incapaces de encontrar alguna relación entre los elementos de la gráfica, su respuesta es vaga o simplemente no responden o contestan que no saben, en la categoría D.1.2 ya son capaces de identificar algún elemento de la gráfica pero lo hacen de forma incorrecta, en esta etapa el estudiante asocia de manera icónica la barra con el gato cuenta el número de barras y responde que el número de barras es el número de gatos; en la categoría D.2.1 son capaces de identificar elementos de la gráfica; asocian barras con número de gatos, aunque este proceso es igualmente icónico aquí el estudiante asocia la altura de la barra con el número de gatos y suma todos estos valores para dar una respuesta; D.2.2 identifican frecuencias y longitudes pero confunde longitudes con número de gatos y da la respuesta multiplicando la frecuencia por la longitud; en D.3.1 asocian correctamente frecuencias y alturas pero no son capaces de justificar su respuesta, el estudiante responde correctamente el número de gatos medidos pero no indica como obtuvo esta respuesta no es capaz de verbalizar el por qué de su resultado; en D.3.2 asocian altura del gato con su frecuencia y son capaces de justificar el por qué de esta respuesta, el estudiante identifica que hay gatos que tienen la misma altura, asocia frecuencias con gatos y es capaz de dar una respuesta correcta y explicar el porque de esta respuesta.

categoria	Tipo de respuesta
D.1.1	b) ¿Cuántos gatos fueron medidos? Explica tu respuesta:
D.1.2	<u>no se</u> Explica tu respuesta: <u>12 Porque esta en la grafica y he y 12 medidos</u>
D.2.1	b) ¿Cuántos gatos fueron medidos? Explica tu respuesta:
D.2.2	<u>642 suma todo los numeros que tienen barvas</u> Explica tu respuesta: <u>380 gatos porque 5 de las longitudes por los 76cm=380</u>
D.3.1	b) ¿Cuántos gatos fueron medidos? Explica tu respuesta:
D.3.2	<u>35 gatos</u> b) ¿Cuántos gatos fueron medidos? Explica tu respuesta: <u>los como recuadros negros son los gatos si los cuentan dan 25</u>

Tabla 6 .tipos de respuesta y categorización a la pregunta 1

Los resultados obtenidos en la pregunta 2, fueron categorizados con el marco teórico de Langrall y Mooney (2002) y son mostrados en la tabla 7.

La mayoría de los estudiantes de primer grado se ubicaron en el nivel idiosincrásico R1.1 (34.65%), mientras los estudiantes de segundo grado se ubicaron casi dentro de todas las categorías, los estudiantes de tercer grado tienen un alto nivel ya que la mayor parte (38.1%) se ubicaron en el nivel R1.3.

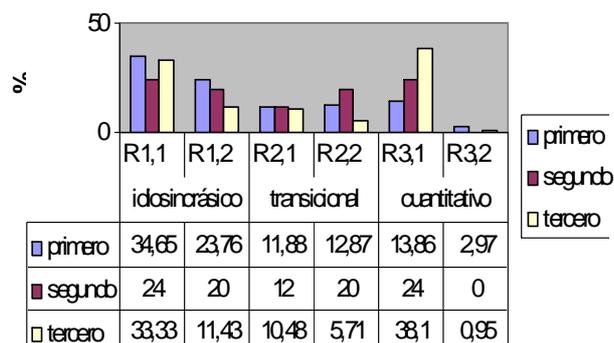


Tabla 7 % de estudiantes en cada categoría pregunta 2

Los estudiantes que se ubicaron en el nivel idiosincrásico R.1.1, fueron aquellos incapaces de identificar los elementos de una gráfica y por lo tanto no pueden trasladar los datos de una tabla a una gráfica, como se muestra en la fig. 2

Completa la tabla de frecuencia que se presenta a continuación y bosqueja un diagrama de barras con los datos obtenidos:

Intervalo	Frecuencias	Total
2-3.9		5
4-5.9		2
6-7.9		5
8-10		7

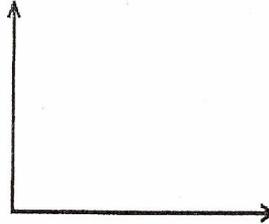


Fig. 2 idiosincrásico R.1.1

Los estudiantes que se ubicaron en el nivel idiosincrásico R.1.2, fueron aquellos que evaluaron la eficacia de los datos representados basados en características o razones irrelevantes, fueron incapaces de identificar totalmente los elementos de una gráfica y por lo tanto no pudieron trasladar los datos de una tabla a una gráfica en forma adecuada, no efectuaron un conteo correcto de las frecuencias de los datos, omitieron la escala en alguno de los ejes, o confundieron los ejes en el eje "Y" ubicaron los intervalos como se muestra en la fig. 3

Completa la tabla de frecuencia que se presenta a continuación y bosqueja un diagrama de barras con los datos obtenidos:

Intervalo	Frecuencias	Total
2-3.9		7-3.9
4-5.9		4-5.9
6-7.9		6-7.9
8-10		8-10

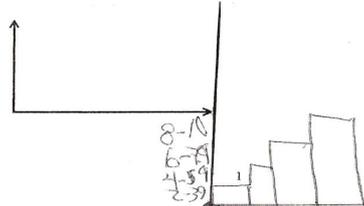


Fig. 3 idiosincrásico R.1.2

Los estudiantes que se ubicaron en el nivel idiosincrásico R.2.1, construyeron una visualización que es parcialmente completa y representativa de los datos o completa y no representativa de los datos, identificaron parcialmente los elementos de la gráfica, aunque realizaron un conteo adecuado de las frecuencias de los datos, confundieron los ejes, en el eje "Y" ubicaron los intervalos y en el eje "X" las frecuencias pudieron visualizar las relaciones entre las variables; no utilizaron etiquetas para identificar las variables expresadas en la gráfica, como se muestra en la fig. 4

Completa la tabla de frecuencia que se presenta a continuación y bosqueja un diagrama de barras con los datos obtenidos:

Intervalo	Frecuencias	Total
2-3.9		5
4-5.9		2
6-7.9		5
8-10		7

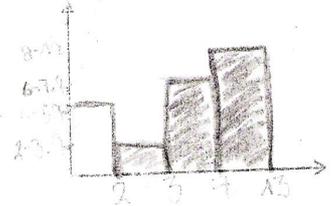


Fig. 4 Transicional R.2.1.

Los estudiantes que se ubicaron en el nivel idiosincrásico R.2.2, evaluaron la eficacia de los datos representados basados en características relevantes de la representación. Hicieron un conteo adecuado de las frecuencias de los datos e identificaron correctamente los ejes en el eje "Y" ubicaron las frecuencias y en el eje "X" los intervalos, sin embargo realizaron incorrectamente la gráfica al confundir entre una gráfica de barras y un histograma, como se muestra en la fig. 5

Completa la tabla de frecuencia que se presenta a continuación y bosqueja un diagrama de barras con los datos obtenidos:

Intervalo	Frecuencias	Total
2-3.9		2
4-5.9		4
6-7.9		3
8-10		10

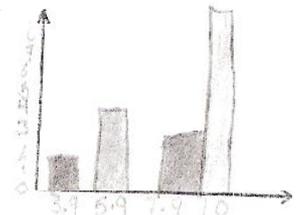


Fig. 5 transicional R.2.2

Los estudiantes que se ubicaron en el nivel idiosincrásico R.3.1, construyeron una visualización completa y representativa. La representación puede tener pocos errores, realizaron un conteo adecuado de los datos y los ubicaron correctamente en la frecuencia correspondiente de acuerdo con el intervalo en que se encuentra, identificaron el eje "Y" como frecuencia de datos y el eje "X" como intervalos, construyeron el histograma, pero no etiquetaron la gráfica para indicar el eje vertical como frecuencias y el horizontal como intervalos, como se muestra en la fig. 6

Completa la tabla de frecuencia que se presenta a continuación y bosqueja un diagrama de barras con los datos obtenidos:

Intervalo	Frecuencias	Total
2-3.9		3
4-5.9		2
6-7.9		7
8-10		7.5

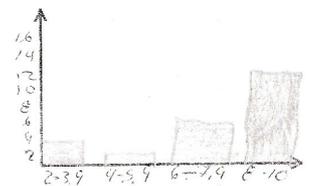


Fig. 6 Cuantitativo R.3.1

Los estudiantes que se ubicaron en el nivel idiosincrásico R.3.2, evaluaron la eficacia de los datos representados basados en características relevantes de la representación con alguna referencia al contexto de los datos; hicieron un conteo adecuado de los datos y los llevaron a una tabla, pudieron relacionar frecuencias con intervalos, identificaron el eje vertical como el adecuado para las frecuencias y el eje horizontal para los intervalos, construyeron una gráfica para los datos; pero no especificaron el origen de las coordenadas y tampoco etiquetaron las variables expresadas en la gráfica, como se muestra en la fig. 7

Completa la tabla de frecuencia que se presenta a continuación y bosqueja un diagrama de barras con los datos obtenidos:

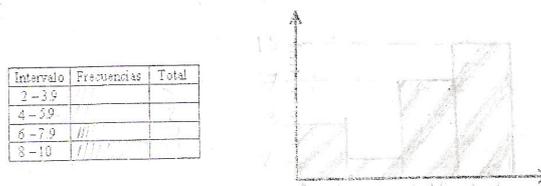


Fig. 7 Cuantitativo R 3.2.

5. DISCUSION

En el proceso de *descripción de datos* los resultados del estudio efectuado mostraron que la mayoría de los estudiantes se ubicaron en los niveles idiosincrásico o transicional, ya que tuvieron dificultades para identificar los elementos de una gráfica como son: escalas, ejes, marcas de referencia, etc. Por ejemplo, en la pregunta 1, los estudiantes identificaron las barras con las alturas de los gatos. Los estudiantes que fueron capaces de asociar un objeto con su unidad de medida, es decir, leer un dato de la gráfica, se ubicaron en el nivel cuantitativo.

De acuerdo con estos resultados podemos observar que en la pregunta 1 a) fig.1, cuyo propósito era leer un dato específico, se ubicaron la mayoría de los estudiantes en un nivel transicional D.2.2 34.65 % en primer grado, 40% para segundo grado y 40.95 % para tercer grado (ver tabla 3), en la pregunta 1 b) la mayoría de los estudiantes se ubicaron en el nivel idiosincrásico D.1.2., para el primer grado, D.2.2. para el segundo grado y D.3.1 para el tercer grado (ver tabla 4), podemos ver que a medida que aumenta el grado los alumnos se ubican en un mayor nivel cognitivo, y para la pregunta 1c) que requiere que los estudiantes muestren habilidades para identificar un dato relacionarlo con una frecuencia y poder sumar estos valores; para primer grado 39.6 % D.1.1, para segundo grado 28 % D.3.2 y para tercer grado 26.66 % D.2.1 (ver tabla 5), pudimos observar que a medida que aumenta el nivel de comprensión requerido para contestar una pregunta disminuye el número de estudiantes en niveles cognitivos altos, y conforme aumenta el grado la mayoría de los estudiantes se ubican en niveles cognitivos más altos. Aunque hay variación con los alumnos de segundo grado ya que en la pregunta 1 c) (ver tabla 5) la mayoría se ubica en un nivel cognitivo alto D.3.2, esto se pudo deber al tamaño de la muestra, de los estudiantes de segundo grado, que por ser pequeña presenta una alta variación.

En el proceso de *representación de datos* la carencia del conocimiento de los elementos de la gráfica impide la comprensión de relaciones entre los datos; los estudiantes se ubican en los niveles transicional e idiosincrásico al elegir inadecuadamente una escala, graduar incorrectamente los ejes y no usar etiquetas para identificar los objetos que se están graficando.

Los resultados muestran que la mayoría de los estudiantes de primer grado, 34.65 % nivel R.1.1 y 23.76 % nivel R.1.2, se ubican en el nivel idiosincrásico, que es el nivel más bajo, lo cual indica que muestran grandes dificultades para organizar datos, y trasladarlos a una tabla y de esta a una gráfica; la mayoría de los estudiantes de segundo grado se ubican en los niveles R.1.1, 24 % o R.3.1 24 %, lo que muestra la variación que tiene la muestra, ya que podemos ver también 20% en R.1.2, 12 % R.2.1 y 20 % en R.2.2 ; mientras que la mayoría de los alumnos de tercer grado se ubican en un nivel alto 38.1 % R.1.3, aunque podemos observar una importante cantidad de estudiantes 33.33 % ubicados en el nivel R.1.1, que es el nivel más bajo, los alumnos de tercero muestran una mayor capacidad para trasladar datos a una gráfica, sin embargo, un porcentaje importante de ellos aun no ha superado las dificultades que se presentan al reducir datos y representarlos en una gráfica. Se puede observar, no obstante, que a medida que aumenta el grado el nivel cognitivo en que se ubican los estudiantes es más alto.

Identificar las dificultades de los alumnos para la graficación nos da elementos para diseñar actividades para superarlas, el diseño de estas actividades es un tema para una futura investigación.

CONCLUSIONES

El estudio efectuado nos mostró que a pesar de que se tiene la idea de que la comprensión de gráficas es un proceso sencillo que no requiere de una especialización, en realidad es un proceso complejo que presenta muchas dificultades a los alumnos.

Las principales dificultades mostradas por los estudiantes al leer una gráfica son:

- ✓ Confunden los ejes.
- ✓ No identifican las unidades de medida de cada eje.
- ✓ Establecen relaciones icónicas; por ejemplo en la presente investigación para la pregunta de los gatos: Identifican barras con gatos, el tamaño de la barra con la altura del gato.
- ✓ No utilizan etiquetas para identificar las variables expresadas en la gráfica.
- ✓ Omiten las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical o en ambos
- ✓ No especifican el origen de coordenadas
- ✓ No proporcionan suficientes divisiones en las escalas de los ejes.

El estudio identificó las principales dificultades que presentan los alumnos en la comprensión de gráficas, estas dificultades nos permitieron ubicar a los estudiantes en un nivel cognitivo de acuerdo con el marco propuesto por Langrall y Mooney, el haber identificado estas dificultades nos permitirá, para futuras investigaciones, diseñar actividades que permitan a los estudiantes un tránsito adecuado hacia niveles de comprensión superiores.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Ainley, J. (2001). Transparency in graphs and graphing tasks: An interactive design process. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 365-384.
- Ainley, J., Pratt, D. & Nardi, E. (2001). Normalising: children's activity to construct meanings for trend. *Educational Studies in Mathematics*, 45(1-3), 35-65.
- Batanero, C., Godino, J.D., Green, D.R. Holmes, P., & Vallecillos A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Berg, C.A. & Phillips, D. G. (1994). An investigation of the relationship between logical thinking structures and the ability to construct and interpret line graphs. *Journal of Research in Science Teaching*, 31, 323-344.
- Cleveland, W.S., & McGill, R. (1984) Graphical perception: Theory, experimentation, and application to the development of graphical methods. *Journal of the American Statistical Association*, 79, 531-534.
- Curcio, F.R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Friel, S.N., Curcio, F.R. & Bright, G.W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32, 124-158.
- Friel, S. N., Curcio, F., & Bright, G.W., (1997) Understanding Students' Understanding of Graphs. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(3), 224-227.
- Langrall, C. W, & Mooney E. S., (2002). The development of a framework characterizing middle school student's statistical thinking. In B. Phillips (Ed), *Proceedings of the sixth International conference on Teaching Statistics* [in CD]. Cape Town, South Africa.
- Mevarech, Z.A., & Kramarsky, B. (1997). From verbal descriptions to graphic representations: stability and change in students' alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 229-263.
- Monteiro, C. & Ainley, J. (2003) Interpretation of Graphs: Reading through the data. Williams, J. (Ed) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23(3), 31-36.
- N.C.T.M. (1989) *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. (Reston, VA.: NCTM)
- Sánchez, E., Hoyos, V., Guzmán, J., & Sáiz, R. (2000). *Matemáticas 2*. México, D.F. editorial Patria, 51-68.
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J., & Greer, B. (1996). Data handling. En A. Bishop et al. (Eds.), *International Handbook of mathematics education* (v. 1, 205-237). Dordrecht: kluwer, A. P.
- Wainer, H. (1992) Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, 21(1), 14-23.